

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»  
Институт информационных технологий и автоматизированных систем управления

КАФЕДРА АВТОМАТИЗАЦИИ

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе  
В.Л. Петров

\_\_\_\_\_ 2019 г.



СОГЛАСОВАНО:

Начальник Учебно-методического  
управления  
А.А. Волков

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 г.

ПРИНЯТА:

на заседании Ученого совета института ИТАСУ  
С.В. Солодов

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 г.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ПРОГРАММА  
(повышение квалификации)

**Элементы математической логики в задачах повышенного и высокого  
уровней сложности ЕГЭ по информатике**

**Авторы курса:**

Маркарян Анна Оганесовна,  
доцент кафедры Автоматизации

Москва, 2019

## Раздел 1 Характеристика программы

### 1.1 Цель реализации программы

Целью реализации программы является совершенствование общепрофессиональных компетенций слушателей в области математической логики для решения задач повышенного и высокого уровней сложности ЕГЭ по информатике.

### Совершенствуемые компетенции

№ п/п	Компетенции	Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое Образование
		Бакалавриат
		Код компетенции
1.	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК-8

### 1.2 Планируемые результаты обучения

№ п/п	Знать – уметь	Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое Образование
		Бакалавриат
		Код компетенции
1	<b>Знать:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- способы задания логических функций;</li><li>- формы представления логических функций;</li><li>- законы алгебры логики.</li></ul> <b>Уметь:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- задавать логические функции различными способами;</li><li>- приводить логические функции к нормальным и минимальным формам, выполняя преобразования с помощью законов алгебры логики</li></ul>	ОПК-8
2	<b>Знать:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- классы логических функций;</li><li>- методику исследования логических функций;</li><li>- способы решения логических уравнений;</li></ul> <b>Уметь:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- определять принадлежность логических функций различным классам;</li><li>- проводить исследование логических функций;</li><li>- решать логические уравнения</li></ul>	ОПК-8
3	<b>Знать:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- правила формализации и преобразования логических высказываний;</li><li>- алгоритмы проверки правильности логических рассуждений;</li></ul>	ОПК-8

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- правила вывода в исчислении высказываний и предикатов;</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- осуществлять формализацию и преобразование логических высказываний;</li> <li>- выполнять проверку правильности логических рассуждений;</li> <li>- строить вывод в исчислении высказываний и предикатов</li> </ul>	
4	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- понятие и виды запросов;</li> <li>- логику построения запросов;</li> <li>- основы работы с поисковыми системами</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- формировать запросы для поисковых систем с использованием логических выражений</li> <li>- конструировать и решать задания алгебры логики в формате ЕГЭ</li> </ul>	ОПК-8

**1.3 Категория обучающихся.** Уровень образования – высшее образование, область профессиональной деятельности – обучение информатике на уровне среднего общего образования в общеобразовательной организации.

**1.4 Форма обучения** – очная.

**1.5 Трудоемкость программы, режим занятий** – всего 36 часов, в том числе 28 часов аудиторной работы, включая итоговую аттестацию, 8 часов самостоятельной работы слушателей.

## Раздел 2 Содержание программы

### 2.1 Учебный (тематический) план

п/п	Наименование разделов и тем	Аудиторные учебные занятия, учебные работы			Внеаудиторная работа	Формы контроля	Трудоемкость
		Всего ауд. Часов	Лекции	Практические занятия	С/р		
1	2	3	4	5	6	7	8
<b>1</b>	<b>Раздел 1. Функции алгебры логики</b>	<b>14</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>4</b>		<b>18</b>
1.1	Способы задания логических функций. Законы алгебры логики	3	1	2	1	к.р. №1	4

1.2	Формы представления логических функций	3	1	2	1	к.р. №1	4
1.3	Классы логических функций	4	2	2	1	к.р. №1	5
1.4	Исследование логических функций. Логические уравнения	4	2	2	1	к.р. №1	5
<b>2</b>	<b>Раздел 2. Логические высказывания</b>	<b>12</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>4</b>		<b>16</b>
2.1	Формализация высказываний	3	1	2	1	к.р. №2	4
2.2	Алгоритмы проверки правильности логических рассуждений	3	1	2	1	к.р. №2	4
2.3	Исчисление высказываний и предикатов	3	1	2	1	к.р. №2	4
2.4	Запросы для поисковых систем с использованием логических выражений	3	1	2	1	к.р. №2	4
<b>3</b>	<b>Раздел 3. Решение задач алгебры логики в формате ЕГЭ</b>	<b>2</b>		<b>2</b>			<b>2</b>
3.1	Решение задач алгебры логики в формате ЕГЭ	2		2		Проект №1	2
<b>3.</b>	<b>Итоговая аттестация</b>					<b>Зачет</b>	
<b>Итого</b>		<b>28</b>	<b>10</b>	<b>18</b>	<b>8</b>		<b>36</b>

## 2.2 Учебная программа

№ п/п	Виды учебных занятий	Содержание
1	2	3
<b>Раздел 1. Функции алгебры логики</b>		
Тема 1.1 Способы задания логических функций. Законы алгебры логики	Лекция, 1 час	Понятие функции алгебры логики. Табличный, аналитический и графический способ задания. Законы алгебры логики
	Практическое занятие, 2 часа	Цель: формирование умения задавать логические функции различными способами. Построение таблиц истинности сложных функций. Оптимизация вычислений при построении таблицы. Применение законов алгебры логики. Решение заданий из открытого банка ЕГЭ
	Самостоятельная работа, 1 час	Совершенствование навыков построения таблиц истинности сложных функций и их преобразований.
Тема 1.2 Формы представления логических функций	Лекция, 1 час	Виды нормальных форм. Способы приведения логических функций к нормальным формам. Минимизация логических функций

	Практическое занятие, 2 часа	Цель: формирование умения приводить логические функции к нормальным и минимальным формам Индивидуальная работа. Групповое обсуждение вариантов решений и подходов. Совместное подведение итогов работы.
	Самостоятельная работа, 1 час	Отработка навыков преобразования логических функций с целью приведения к нормальным и минимальным формам
Тема 1.3 Классы логических функций	Лекция, 2 часа	Замыкание над классом логических функций. Монотонные, линейные, самодвойственные и сохраняющие константу функции. Полные системы. Базис.
	Практическое занятие, 2 часа	Цель: формирование умения определять принадлежность логических функций различным классам; исследование полноты системы, выявление базиса. Решение заданий из открытого банка ЕГЭ
	Самостоятельная работа, 1 час	Отработка навыков определения принадлежности логических функций различным классам, исследования полноты системы, выявления базиса.
Тема 1.4 Исследование логических функций. Логические уравнения	Лекция, 2 часа	Методика исследования логических функций. Способы решения логических уравнений
	Практическое занятие, 2 часа	Цель: осуществлять формализацию и преобразование логических высказываний и решать логические уравнения. Решение заданий из открытого банка ЕГЭ
	Самостоятельная работа, 1 час	Отработка навыков исследования логических функций и решения логических уравнений. Контрольная работа № 1 по разделу 1.
<b>Раздел 2. Логические высказывания</b>		
Тема 2.1 Формализация высказываний	Лекция, 1 час	Классификация формул алгебры высказываний. Формализация и преобразование логических высказываний
	Практическое занятие, 2 часа	Цель: формирование умения формализации и преобразования логических высказываний. Решение заданий из открытого банка ЕГЭ
	Самостоятельная работа, 1 час	Отработка навыков формализации и преобразования логических высказываний.
Тема 2.2 Алгоритмы проверки правильности логических рассуждений	Лекция, 1 час	Тождественно истинные формулы. Алгоритмы проверки правильности рассуждений. Основные тавтологии алгебры высказываний
	Практическое занятие, 2 часа	Цель: формирование умения выполнять проверку правильности логических рассуждений. Решение заданий из открытого банка ЕГЭ
	Самостоятельная работа, 1 час	Отработка алгоритмов проверки правильности рассуждений.

Тема 2.3 Исчисление высказываний и предикатов	Лекция, 1 час	Аксиоматика исчисления высказываний. Правила вывода в исчислении высказываний. Исчисление предикатов
	Практическое занятие, 2 часа	Цель: формирование умения построения вывода логических рассуждений. Правила вывода в исчислении предикатов. Решение заданий из открытого банка ЕГЭ
	Самостоятельная работа, 1 час	Отработка навыков построения вывода в исчислении высказываний и предикатов.
Тема 2.4 Запросы для поисковых систем с использованием логических выражений	Лекция, 1 часа	Понятие и виды запросов. Логика построения запросов. Построение запросов для поисковых систем
	Практическое занятие, 2 часа	Цель: формирование запросов для поисковых систем с использованием логических выражений. Решение заданий из открытого банка ЕГЭ
	Самостоятельная работа, 1 час	Отработка навыков построения запросов. Контрольная работа № 2 по разделу 2
<b>Раздел 3. Решение задач алгебры логики в формате ЕГЭ</b>		
Тема 3.1. Решение задач алгебры логики в формате ЕГЭ	Практическое занятие, 2 часа	Конструирование заданий по темам разделов 1-2 в формате ЕГЭ. Групповое обсуждение вариантов решений и подходов. Совместное подведение итогов работы.
<b>Итоговая аттестация</b>		Зачет по совокупности выполненных на положительную оценку контрольных работ и проекта

### 3. Форма аттестации и оценочные материалы

**3.1 Форма текущего контроля** – контрольные работы №№1-2 по темам разделов 1-3, итоговый проект

#### 3.1.1. Варианты заданий для контрольной работы № 1 без решений

1. Укажите значения переменных  $K, L, M, N$ , при которых логическое выражение  $(\neg(M \vee L) \wedge K) \rightarrow (\neg K \wedge \neg M \vee N)$  ложно. Ответ запишите в виде строки из 4 символов: значений переменных  $K, L, M$  и  $N$  (в указанном порядке). Так, например, строка 1101 соответствует тому, что  $K=1, L=1, M=0, N=1$ .

x	y	$G(x,y)$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

2. Если таблицей истинности задана логическая функция  $G(x,y)$ , то определите логическую функцию  $G(G(0,y),x)$ .

3. Составьте таблицу истинности для логической функции  $X = (A \leftrightarrow B) \vee \neg(A \rightarrow (B \vee C))$  в которой столбец значений аргумента  $A$  представляет собой двоичную запись числа 27, столбец значений аргумента  $B$  — числа 77, столбец значений аргумента  $C$  — числа 120.

Число в столбце записывается сверху вниз от старшего разряда к младшему (включая нулевой набор). Переведите полученную двоичную запись значений функции  $X$  в десятичную систему счисления.

4.  $A, B$  и  $C$  — целые числа, для которых истинно высказывание:

$$\neg(A = B) \wedge ((B < A) \rightarrow (2C > A)) \wedge ((A < B) \rightarrow (A > 2C))$$

Чему равно  $A$ , если  $C = 8$  и  $B = 18$ ?

5. Логическая функция  $F$  задаётся выражением  $(\neg z) \wedge x \vee x \wedge y$ . Определите, какому столбцу таблицы истинности функции  $F$  соответствует каждая из переменных  $x, y, z$ . В ответе напишите буквы  $x, y, z$  в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы.

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Функция
???	???	???	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

### 3.1.2. Варианты заданий для контрольной работы № 2 без решений

1. Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ . Так, например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ . Для какого наименьшего неотрицательного целого числа  $A$  формула  $(x \& 45 \neq 0 \wedge x \& A = 0) \rightarrow x \& 33 \neq 0$  тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной  $x$ )?

2. Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ . Так, например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ . Для какого наименьшего неотрицательного целого числа  $A$  формула  $(x \& A = 0 \wedge x \& 36 = 0) \rightarrow x \& 46 = 0$  тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной  $x$ )?

3. Сколько существует различных наборов значений логических переменных  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ , которые удовлетворяют указанному ниже условию?

$$((x_1 \equiv x_2) \rightarrow (x_3 \equiv x_4)) \wedge ((x_3 \equiv x_4) \rightarrow (x_5 \equiv x_6)) \wedge ((x_5 \equiv x_6) \rightarrow (x_7 \equiv x_8)) = 1$$

4. В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ , при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

5. Сколько существует различных наборов значений логических переменных  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ , которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(\neg x_1 \vee x_2) \vee (\neg x_3 \vee x_4) = 1$$

$$(\neg x_3 \vee x_4) \wedge (\neg x_5 \vee x_6) = 0$$

$$(\neg x_5 \vee x_6) \vee (\neg x_7 \vee x_8) = 1$$

$$(\neg x_7 \vee x_8) \wedge (\neg x_9 \vee x_{10}) = 0$$

6. Сколько существует различных наборов значений логических переменных  $x_1, x_2, \dots, x_4, y_1, y_2, \dots, y_4, z_1, z_2, \dots, z_4$ , которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) = 1$$

$$(y_1 \rightarrow y_2) \wedge (y_2 \rightarrow y_3) \wedge (y_3 \rightarrow y_4) = 1$$

$$(z_1 \rightarrow z_2) \wedge (z_2 \rightarrow z_3) \wedge (z_3 \rightarrow z_4) = 1$$

$$x_1 \vee y_1 \vee z_1 = 1$$

### 3.1.3 Требования к выполнению контрольных работ

Контрольные работы выполняются индивидуально на листах формата А4. Обязательным является наличие титульного листа. Контрольные работы включают 5 заданий, соответствующие заданиям продвинутого и высокого уровня сложности ЕГЭ по информатике. Решение заданий контрольной работы должно быть развернутым, то есть полным и обоснованным.

### 3.1.4. Критерии оценивания контрольной работы

Каждая контрольная работа оценивается по традиционной пятибалльной шкале:

5 баллов – все задания выполнены в полном объеме и не содержат ошибок;

4 балла – выполнены все задания, но в расчетах имеются незначительные ошибки, существенно не влияющие на результаты, или выполнено 4 задания в полном объеме без ошибок;

3 балла – во всех заданиях продемонстрирована верная идея решения, но имеются существенные ошибки в расчетах или выводах, которые приводят к искажению результата, или выполнено 3 задания в полном объеме без ошибок.

В остальных случаях контрольная работа не зачтена.

Оценивание: зачет с оценкой, соответствующей количеству баллов.

### 3.1.5 Требования к выполнению проекта

Проект выполняется небольшими группами (3-4 человека).

Каждая группа разрабатывает 4 задания по назначенной преподавателем тематике разделов 1-2 в формате ЕГЭ.

Проект выполняется слушателем на листах формата А4. Обязательно наличие титульного листа.

### 3.1.6. Критерии оценивания проекта

Оценивание проекта осуществляется на основании следующих критериев:

По каждому сконструированному заданию:

- изложение материала содержит постановку задачи (+/-),
- обоснован способ решения (+/-);
- результат интерпретирован верно (+/-);
- изложение материала приведено в доступной форме (+/-);
- терминология используется корректно (+/-).

«+» соответствует 1 баллу, «-» – 0.

Для получения положительной оценки за проект группе достаточно получить по 3 балла за каждое представленное задание (минимум – 12 баллов).

Оценивание: зачет/незачет

### **3.2 Форма итоговой аттестации**

Форма итоговой аттестации – зачет как совокупность выполненных на положительную оценку контрольных работ и проекта. Итоговая аттестация осуществляется на основании полученных совокупных баллов за контрольные работы №№1-2: минимальное значение – 6 баллов и проект: минимальное значение по 3 балла за каждую задачу, итого - 12 баллов. Зачет ставится, если по результатам выполнения контрольных работ и проекта слушатель набрал не менее 18 баллов.

Оценивание: зачет/незачет

## **Раздел 4 Организационно-педагогические условия реализации программы**

### **4.1 Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы**

#### **4.1.1 Основная литература**

1. Игошин В.И. Математическая логика: Учебное пособие / В.И. Игошин. – М.: ИНФРА-М, 2016. – 399 с.
2. Сборник задач по математической логике и теории алгоритмов: учеб. пособие / В.И. Игошин. – М.: ИНФРА-М, 2017. – 392 с.
3. Гданский Н.И. Прикладная дискретная математика. Логика. Графы. Автоматы. Алгоритмы. Кодирование / Н.И. Гданский. – М.: Вузовская книга, 2017. – 201 с.
4. Гисин В.Б. Дискретная математика: учебник и практикум для академического бакалавриата / В.Б. Гисин. – М.: Издательство Юрайт, 2017. – 383 с.
5. Ушаков Д.М. ЕГЭ-2019: Информатика. 10 тренировочных вариантов экзаменационных работ для подготовки к ЕГЭ / Д.М. Ушаков – М.: АСТ, 2018. – 235 с.
6. Крылов, С. С. Готовимся к ЕГЭ. Информатика. Основы логики / С.С. Крылов. - М.: Интеллект-Центр, 2015. – 422 с.

7. Готовимся к ЕГЭ по информатике. Элективный курс / Н.Н. Самылкина и др. - М.: Бином. Лаборатория знаний, 2016. – 298 с.
8. Лещинер В.Р. ЕГЭ 2019. Информатика. Типовые тестовые задания от разработчиков ЕГЭ / В.Р. Лещинер. – М.: Экзамен, 2019. – 311 с.

#### **4.1.2 Дополнительная литература**

1. Герасимов, А. С. Курс математической логики и теории вычислимости: Учебное пособие / А. С. Герасимов. – СПб.: Лань, 2014. – 416 с.
2. Задохина Н.В. Математика и информатика. Решение логико-познавательных задач: Учебное пособие / Н.В. Задохина. – М.: ЮНИТИ, 2015. – 127 с.
3. Скорубский В.И. Математическая логика: учебник и практикум для академического бакалавриата / В.И. Скорубский, В.И. Поляков, А.Г. Зыков. – М.: Юрайт, 2017. – 211 с.
4. Колмогоров А.Н., Драгалин А.Г. Математическая логика. Изд. 3-е, стереотипное. – М.: КомКнига, 2006. – 240 с. (Классический университетский учебник)

#### **4.2 Материально-технические условия реализации программы**

Для проведения очных занятий и итоговой аттестации используются учебные аудитории с меловой или маркерной доской, а также компьютерный класс с возможностью выхода в Интернет.

#### **Интернет-ресурсы**

1. Образовательный портал «Решу ЕГЭ». – URL: <https://math-ege.sdamgia.ru/>
2. Открытый банк заданий ЕГЭ по информатике. – URL: <http://oge.fipi.ru/os/xmodules/qprint/index.php?proj=74676951F093A0754D74F2D6E7955F06>