



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«МИРЭА – Российский технологический университет»
РТУ МИРЭА



УТВЕРЖДАЮ

В.А. Рогова

2023 г.

**Дополнительная профессиональная программа
(повышения квалификации)**

**Сложные вопросы программы математическая вертикаль, разделы
«комбинаторика, теория вероятности и статистика»**

Разработчик:

Гутенков Роман Леонидович, тьютор
института довузовской подготовки РТУ МИРЭА

Москва – 2023

Раздел 1. «Характеристика программы»

1.1. Цель реализации программы

Совершенствование профессиональных компетенций учителя математики в области сложных вопросов программы математической вертикали, разделов комбинаторики, теории вероятности и статистики в рамках реализации проекта ДОНМ «Математическая вертикаль».

1.2. Совершенствуемые/формируемые компетенции

№ п/п	Компетенции	Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование
		Бакалавриат
		Код компетенции
1.	Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	ОПК-5

1.3. Планируемые результаты обучения

№ п/п	Уметь - знать	Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование
		Бакалавриат
		Код компетенции
1.	Уметь: решать задачи повышенного уровня сложности по комбинаторике, теории вероятности и статистики для выявления возможных трудностей в изучении школьниками данных тем Знать: алгоритмы и подходы к решению задач повышенного уровня сложности по комбинаторике, теории вероятности и статистике	ОПК-5

1.4. Категории обучающихся

Уровень образование – высшее, область профессиональной деятельности – обучение математике учащихся основной школы в рамках реализации проекта «Математическая вертикаль»

1.5. Форма обучения

Очная с использованием дистанционных образовательных технологий

1.6. Режим занятий

не реже одного раза в неделю, не менее 4 академических часов одно занятие

1.7. Трудоемкость

36 академических часов

Раздел 2. «Содержание программы»

2.1. Учебный план

№ п/п	Наименование разделов (модулей) и тем	Аудиторные учебные занятия, учебные работы, час.			Внеурочная работа, самостоятельная работа	Форма контроля	Трудоемкость
		Всего ауд. час	Из них				
			Лекции	Практические занятия			
1.	Модуль 1. Задачи повышенного уровня сложности по комбинаторике	15	6	9	3		18
1.1.	Задачи повышенного уровня сложности по теории графов	5	2	3	-		5
1.2.	Задачи повышенного уровня сложности по комбинаторике	5	2	3	-		5
1.3.	Дополнительные главы комбинаторики	5	2	3	3	Тест №1	8
2.	Модуль 2. Задачи повышенного уровня сложности по статистике и теории вероятности	15	6	9	3		18
2.1.	Задачи повышенной сложности по теории вероятности	5	2	3	-		5
2.2.	Дополнительные главы теории вероятности	5	2	3	-		5
2.3.	Рассмотрение задач повышенной сложности по статистике	5	2	3	3	Тест №2	8

	Итоговая аттестация					Зачет на основании совокупности результатов тестов №1, №2, выполненных на положительную оценку	
Итого		30	12	18	6		36

2.2. Календарный учебный график

Наименование раздела, темы	Объем нагрузки, час.	Учебные недели					
		1 неделя	2 неделя	3 неделя	4 неделя	5 неделя	6 неделя
Модуль 1. Задачи повышенного уровня сложности по комбинаторике	18	5	5	8			
Модуль 2. Задачи повышенного уровня сложности по статистике и теории вероятности	18				5	5	8

2.3. Рабочая программа

Наименование разделов (модулей) и тем	Виды учебных занятий, учебных работ	Содержание
Модуль 1. Задачи повышенного уровня сложности по комбинаторике		
Тема 1.1. Задачи повышенного уровня сложности по теории графов	Лекция - 2 часа	Вывод связи между степенями вершин и количеством ребер. Вывод из формулы леммы о рукопожатиях. Эйлеров граф и его особенности. Турниры как вариация графов. Алгоритмы решения нестандартных задач повышенного уровня сложности по теории графов: применение леммы о рукопожатиях, использование формулы количества ребер в графе для турнирных задач, задачи об ориентированных графах

	Практическое занятие - 3 часа	Разбор наиболее сложных задач на графы и турниры. Решение задач повышенного уровня сложности по теории графов: применение леммы о рукопожатиях, представление турнирных задач в виде графа, транспортные задачи в орграфе.
Тема 1.2. Задачи повышенного уровня сложности по комбинаторике	Лекция - 2 час	Основные элементы комбинаторики, правила умножения и сложения в комбинаторике. Основные алгоритмы и методы перечислительной комбинаторики, сочетания и размещения. Рассмотрение методов и подходов к решению задач повышенного уровня сложности по комбинаторике.
	Практическое занятие - 3 часа	Решение усложненных задач по комбинаторике: примеры применения правила произведения и суммы в комбинаторике, сочетания и размещения без повторений.
Тема 1.3. Дополнительные главы комбинаторики	Лекция - 2 часа	Сочетания с повторениями. Задачи о шарах и перегородках. Перестановки и размещения с повторениями. Подходы к решению задач по комбинаторике с повторениями.
	Практическое занятие - 3 часа	Решение усложненных задач по комбинаторике: примеры применения правила произведения и суммы в комбинаторике, сочетания и размещения без повторений.
	Самостоятельная работа - 3 часа	Систематизация материала тем 1.1 - 1.3 Тест №1 Решение задач повышенного уровня сложности по комбинаторике.
Модуль 2. Задачи повышенного уровня сложности по статистике и теории вероятности		
Тема 2.1. Задачи повышенной сложности по теории вероятности	Лекция - 2 час	Основные теоремы теории вероятности, зависимые события, условная вероятность, сложение вероятностей совместных событий. Элементы теории множеств. Комбинаторная вероятность и вероятности, связанные с подсчетом числа перестановок и размещений.
	Практическое занятие - 3 часа	Рассмотрение алгоритмов решения задач по теории вероятности: применение теоремы умножения и сложения вероятностей; применение диаграмм Эйлера; использование в теории вероятности числа перестановок, размещений и числа сочетаний.

Тема 2.2. Дополнительные главы теории вероятности	Лекция - 2 час	Подход к решению задач на геометрическую вероятность. Рассмотрение тем повторяющихся испытаний. Номер первого успешного испытания. Схема повторных независимых испытаний. Формула полной вероятности.
	Практическое занятие - 3 часа	Рассмотрение алгоритмов решения задач по теории вероятности: геометрические прогрессии в теории вероятности, комбинаторика в повторных испытаниях. Разбор задач повышенной сложности: геометрические вероятности, применение формулы полной вероятности.
Тема 2.3. Рассмотрение задач повышенной сложности по статистике	Лекция - 2 час	Рассмотрение средних величин: среднее арифметическое, среднее геометрическое и взвешенное среднее. Нахождение математического ожидания и дисперсии.
	Практическое занятие - 3 часа	Решение задач повышенного уровня сложности по статистике: работа с табличными данными, нахождение медианы и моды, частота и относительная частота, расчет математического ожидания и дисперсии.
	Самостоятельная работа - 3 часа	Систематизация материала тем 2.1 - 2.3 Тест №2 Решение задач повышенного уровня сложности по теории вероятности и статистике.
Итоговая аттестация		Зачет на основании совокупности результатов тестов №1, №2, выполненных на положительную оценку

Раздел 3. «Формы аттестации и оценочные материалы»

3.1. Промежуточная аттестация

Тест №1 Решение задач повышенного уровня сложности по комбинаторике (содержит 8 задач по темам 1.1.-1.3.)

Примеры задач теста №1:

1. В шахматном турнире принимает участие 23 участника. Может ли так случиться, что в какой то момент каждый участник сыграет по 11 партий?

Ответ: нет, так как при представлении турнира в виде графа, количество вершин с нечетной степенью будет нечетным.

2. На каждой стороне квадрата было выбрано по 2 точки. Сколькими способами можно на этих точках построить семизвенных незамкнутых и не самопересекающихся ломанных?

Ответ: 512

3. Сколькими способами можно раздать 5 детям 14 конфет, если обязательно каждый должен получить хотя бы по одной конфете.

Ответ: 1287

Требования к выполнению теста: задачи решаются на основании методов и подходов к задачам, представленные в темах 1.1. – 1.3.

Критерии оценивания:

1. Корректно выбраны и применены подходы, описанные в темах 1.1. – 1.3.
2. Правильно решено не менее 80% задач.

Оценивание: зачет/незачет.

Тест №2 Решение задач повышенного уровня сложности по теории вероятности и статистике (содержит 8 задач по темам 2.1.-2.3.)

Примеры задач теста №2:

1. Два охотника стреляют одновременно и независимо друг от друга по лосю. Лось убит, если попал хотя бы один охотник. Вероятность попадания у

первого охотника равна 0.4, столько же и у второго. Найдите вероятность того, что охотники поймают лося.

Ответ: 0.64

2. Два ковбоя по очереди стреляют в мишень. Вероятность того, что каждый из них попадет в мишень равна 75%. Найдите вероятность того, что первым в мишень попадет первый ковбой.

Ответ: 80%

3. В аттестате за 9 класс у Вовы было 7 оценок, больше всего пятерок и без двоек. Медианой всех оценок была 4, как и среднее арифметическое. Восстановите оценки Вовы.

Ответ: 3, 3, 3, 4, 5, 5, 5

Требования к выполнению теста: задачи решаются на основании методов и подходов к задачам, представленные в темах 2.1. – 2.3.

Критерии оценивания:

1. Корректно выбраны и применены подходы, описанные в темах 2.1. – 2.3.
2. Правильно решено не менее 80% задач.

Оценивание: зачет/незачет.

3.2. Итоговая аттестация: зачет на основании совокупности результатов теста №1 и теста №2.

Оценивание: зачет/незачет

Раздел 4. «Организационно-педагогические условия реализации программы»

4.1. Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы

Нормативные документы

1. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» от 29 декабря 2012 № 273-ФЗ (ред. от 02.07.2021)

2. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования. Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413 (ред. от 11.12.2020).

3. Приказ Департамента образования и науки города Москвы от 31.10.2022 № 909 «О внесении изменений в приказы Департамента образования и науки города Москвы».

4. Приказ Департамента образования и науки города Москвы от 24.08.2022 № 682 «О развитии в государственных образовательных организациях, подведомственных Департаменту образования и науки города Москвы, городских образовательных проектов «Математическая вертикаль» и «Математическая вертикаль ПЛЮС»;

5. Приказ Департамента образования и науки города Москвы от 22.09.2021 № 507 «Об утверждении стандартов городских образовательных проектов «Математическая вертикаль» и «Математическая вертикаль ПЛЮС» в государственных образовательных организациях, подведомственных Департаменту образования и науки города Москвы»;

6. Приказ Департамента образования и науки города Москвы от 26.08.2022 № 693 «О внесении изменений в приказы Департамента образования и науки города Москвы»;

Основная литература:

1. Балаян Э. Н. Репетитор по геометрии для 7-9 классов. Подготовка к ОГЭ и ЕГЭ. – Феникс, 2022. – 359 с. – ISBN: 978-5-222-34146-9

2. Виленкин Н. Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. – М.: МЦНМО, 2023. – 400 с. – ISBN: 978-5-4439-4389-3

3. Волчёнков С. Г. Избранные задачи комбинаторной геометрии. – М.: МЦНМО, 2022. – 64 с. – ISBN: 978-5-4439-1696-5

4. Высоцкий И.Р., Яценко, И.В. Теория вероятностей и статистика. 7-9 классы: учебное пособие. – М.: Просвещение, 2021. – 272 с. — ISBN 978-5-09-076851-1

5. Карпов Д. В. Теория графов. – М.: МЦНМО, 2022. – 555 с. – ISBN: 978-5-4439-1690-3

6. Мошкарёва С. М.. Геометрия. Весь школьный курс в таблицах. – Кузьма, 2023. – 160 с. – ISBN: 978-985-7258-19-2

7. Раскина И. В., Шаповалов А. В. Комбинаторика: заседание продолжается. – М.: МЦНМО, 2022. – 256 с. – ISBN: 978-5-4439-1746-7

Дополнительная литература:

1. Агаханов, Н.Х. Муниципальные олимпиады Московской области по математике: электронное издание/ Н.Х. Агаханов, О.К. Подлипский. – М.: МЦНМО, 2019. – 395 с. - ISBN 978-5-4439-3310-8
2. Кельберт М. Я., Сухов Ю. М. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Том I. Основные понятия теории вероятностей и математической статистики. (2-е, дополненное и исправленное) – М.: МЦНМО, 2011. – 486 с. – ISBN: 978-5-94057-711-9

Интернет-источники

1. Интернет-проект «Задачи»: сайт. – Москва, МЦНМО, 2004 – URL: <https://problems.ru/> (дата обращения: 20.03.2023).
2. Математическая вертикаль – записи вебинаров 8-9 классов, сайт. – Москва, 2022. URL: https://vk.com/video/@priem_mirea?section=playlists (дата обращения: 20.05.2023).

4.2. Материально-технические условия реализации программы

Для реализации программы необходимо следующее материально-технологическое обеспечение: компьютерное и мультимедийное оборудование с подключением к сети интернет, проектор (опционально), интерактивная доска (опционально).

4.3. Образовательные технологии, используемые в процессе реализации программы

В процессе реализации программы используются современные образовательные информационно-коммуникационные технологии.

4.4. Кадровые условия реализации программы

Учебный процесс с дистанционными образовательными технологиями обеспечивают:

- Профессорско-преподавательский состав, имеющий соответствующий уровень подготовки (признаваемые дипломы, сертификаты/удостоверения повышения квалификации) в области математики;

- Учебно-вспомогательный персонал (сотрудники ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет»).