

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)»**



«СЕРТИФИЦИРУЮ»

Проректор НИАУ МИФИ

Е.Б.Весна

2019 г.

**Дополнительная профессиональная программа
(повышение квалификации)**

Интеграция научных математических знаний и методов в преподавании
алгебры и геометрии в инженерных классах

Автор курса:
Рубинштейн Александр Иосифович,
д.ф.-м.н, профессор

Москва - 2019

Раздел 1. «ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ»

1.1. Цель реализации программы. Совершенствование профессиональных компетенций обучающихся в области интеграции научных математических знаний и методов в преподавании алгебры и геометрии в инженерных классах средней общеобразовательной школы.

Совершенствуемые компетенции:

№	Компетенция	Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование
		Бакалавриат
		Код компетенции
1	Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)	ОПК – 2
2	Способен использовать психолого-педагогические технологии в профессиональной деятельности, необходимые для индивидуализации обучения, развития, воспитания, в том числе обучающихся с особыми образовательными потребностями	ОПК-6
3	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК-8

1.2. Планируемые результаты обучения

№	Знать – уметь	Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование
		Квалификация Бакалавр
		Код компетенции
1	Знать: Достижения современной математики и методы их интеграции в обучение школьников в инженерных классах на уровне среднего общего образования. Алгоритмы и опыт решения математических задач современными учеными на основе интеграции научных математических знаний. Стратегии проектирования учебных занятий по математике с учетом современных математических знаний в рамках обучения инженерных классов Уметь: Разрабатывать учебные занятия по алгебре и геометрии на основе нетривиальных задач по математике и алгоритмов их решения (Проект №1 в	ОПК – 8

	учебной программе) в инженерных классах	
2	Знать: Стратегии проектирования образовательных программ по математике с учетом современных математических знаний в рамках обучения инженерных классов Уметь: Проектировать образовательные программы и их модули с опорой на современные достижения математической науки (Проект №3 в учебной программе) в обучении инженерных классов	ОПК – 2
3	Знать: Технологию организации учебно-исследовательской деятельности обучающихся инженерных классов с опорой на современное научное знание. Особенности использования научных задач в учебно-исследовательских проектах учащихся инженерных классов Уметь: Проектировать организацию учебно-исследовательской деятельности обучающихся инженерных классов по изучению опыта решения научных математических задач (Проект №2 в Учебной программе)	ОПК – 6 ОПК – 8

1.3. Категория обучающихся: уровень образования – высшее, область профессиональной деятельности – обучение математике (алгебре и геометрии) в инженерных классах на уровне среднего общего образования.

1.4. Форма обучения: очная.

1.5. Режим занятий: 6 календарных дней по 6 часов, в том числе 26 аудиторных часов и 10 часов самостоятельной работы.

1.6. Трудоемкость программы: 36 ч.

Раздел 2. «СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ»

2.1. Учебный план

№	Наименование раздела и тем	Всего час.	Виды учебных занятий, учебных работ		Самостоятельная работа	Трудоёмкость	Формы контроля
			Лекции и	Практические занятия			
1	Методологические и методические основы интеграции учебной и научной математики	4	2	1	1	4	
2	Равновеликие и равносоставленные многоугольники и многогранники	4	2	1	1	4	
3	Построения с помощью линейки и циркуля. Задачи удвоения куба, трисекции угла и другие, их интеграция в проекты учебных занятий	4	2	1	1	4	Проект №1
4	Отражение, принцип Ферма, использование отражения в некоторых математических задачах	4	2	1	1	4	
5	Решение кубических уравнений и уравнений четвертой степени	6	2	2	2	6	
6	Алгоритм Евклида, непрерывные дроби, линейные диофантовы уравнения их интеграция в учебно-исследовательскую деятельность обучающихся	6	2	2	2	6	Проект №2
7	Начальные понятия теории групп	6	2	2	2	6	Проект №3
8	Итоговая аттестация	2		2	-	2	Зачет
Всего		36	14	12	10	36	

2.2. Учебная программа

№ п/п	Виды учебных занятий, учебных работ	Содержание
Тема 1. Методологические и методические основы интеграции учебной и научной математики	Лекция, 2 часа	Теоретико-методологические предпосылки использования научных знаний и задач «переднего края» науки в образовании. Достижения современной математики и методы их интеграция в обучение школьников в профильных классах на уровне среднего общего образования. Организация учебно-воспитательного процесса на основе

		исследовательской деятельности школьников. Основные принципы формирования навыков организации исследовательской деятельности учащихся по математике. Место нетривиальных математических задач в современной системе школьного образования и подготовке к поступлению в технические ВУЗы. Технология организации учебно-исследовательской деятельности обучающихся инженерных классов с опорой на современное научное знание.
	<i>Практическое занятие, 1 час</i>	Дискуссия о пределах и возможностях использования научных знаний и нетривиальных научных задач в школьном образовании, соотношении традиционных методов обучения и исследовательской деятельности.
	<i>Самостоятельная работа, 1 час</i>	Самостоятельное ознакомление с дополнительными материалами, закрепление теоретического материала.
Тема 2. Равновеликие и равноставленные многоугольники и многогранники	<i>Лекция, 2 часа</i>	Алгоритмы и опыт решения математических задач современными учеными на основе интеграция научных математических знаний. Доказывается теорема Бойяи-Гервина о равноставленности равновеликих многоугольников. Обсуждается третья проблема Гильберта о том являются ли равновеликие многогранники равноставленными.
	<i>Практическое занятие, 1 час</i>	Решение задач по теме лекции, обсуждение возможностей применения алгоритмов решения задач в учебно-исследовательской деятельности школьников.
	<i>Самостоятельная работа, 1 час</i>	Самостоятельное ознакомление с дополнительными материалами, закрепление теоретического материала.
Тема 3. Построения с помощью линейки и циркуля. Задачи удвоения куба, трисекции угла и другие, их интеграция в проекты учебных занятий	<i>Лекция, 2 часа</i>	Стратегии проектирования учебных занятий по математике с учетом современных математических знаний в рамках обучения профильных классов. Рассматривается следующая задача: по известным отрезкам $a, b, c, \dots$, используя лишь линейку без делений и циркуль, построить, если это возможно, отрезки $x, y, g, \dots$. Искомые отрезки могут оказаться сторонами каких-то многоугольников, хордами окружностей и тому подобное. Их можно интерпретировать так же, как отрезки осей прямоугольной системы координат между началом системы и проекцией точки на оси. В этом случае отрезок x можно считать решением какого-то уравнения. Выясняется, какие отрезки можно строить, исходя из единственного отрезка, принятого за единичный с помощью многократного использования операции сложения, деления. Обсуждается связь с полем рациональных чисел. Вводится операция извлечения корня. Доказывается, что кубический корень из двух не принадлежит введенному полю, что означает неразрешимость задачи «удвоения куба не с помощью линейки и циркуля». Доказывается, что нельзя построить и угол в 20° , т. е. разделить угол в 60° на три равные части.
	<i>Практическое занятие, 1 час</i>	Обсуждение проектов учебного занятия по алгебре или геометрии на основе нетривиальной задачи по математике и алгоритма ее решения (Проект 1)
	<i>Самостоятельная работа, 1 час</i>	Проект №1 Разработка учебного занятия по алгебре или геометрии на основе нетривиальной задачи по математике и алгоритма ее решения
Тема 4. Отражение, принцип Ферма, использование отражения в некоторых математических задачах	<i>Лекция, 2 часа</i>	Приводится пример из школьного курса физики: луч света при встрече с отражающей плоскостью «поворачивается» таким образом, что угол падения равен углу отражения. Этот экспериментально (феноменологически) установленный факт можно получить как следствие чрезвычайно глубокого «принципа Ферма»: распространение света по пути, на прохождение которого требуется наименьшее время. Применение зеркального отражения позволяет часто свести задачу нахождения кратчайшего пути к проведению отрезка, соединяющего две точки. В качестве примера

		применения принципа Ферма рассматривается задача: на сторонах остроугольного треугольника ABC найти точки E, E, C такие, что периметр треугольника EGO наименьший из возможных. Правило «угол падения равен углу отражения» выполняется и при «отскоке» точечной массы от недеформируемого препятствия (абсолютно упругий удар). Оно является следствием одного принципа механики, родственного принципу Ферма и также являющегося так называемым вариационным. Указанное правило позволяет исследовать траектории движения шара в бильярдах разной формы. Не очень серьезная», на первый взгляд, задача изучения бильярдных траекторий на самом деле является частью очень серьезной и глубокой теории динамических систем. Наиболее простым для исследования и наиболее «привычным» является прямоугольный бильярд (разумеется, без луз). Доказана теорема: траектория, выходящая из точки P1 на стороне AB прямоугольного бильярда ABCD под углом α к AB, замкнута тогда и только тогда, когда отношение $\operatorname{tg} \alpha : BC$ — рационально.
	Практическое занятие, 1 час	Решение задач по теме лекции, обсуждение возможностей применения алгоритмов решения задач в учебно-исследовательской деятельности школьников
	Самостоятельная работа, 1 час	Самостоятельное ознакомление с дополнительными материалами, закрепление теоретического материала.
Тема 5. Решение кубических уравнений и уравнений четвертой степени	Лекция, 2 часа	Рассматривается способ решений квадратных уравнений, известный задолго до нашей эры. Обсуждаются современные способы решения кубических уравнений. Обсуждается теорема Абеля о том, что корни не всякого уравнения пятой (а следовательно, и всякой более высокой) степени можно найти, производя сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня конечное число раз с коэффициентами заданного уравнения.
	Практическое занятие, 2 часа	Решение задач по теме лекции, обсуждение возможностей применения алгоритмов решения задач в учебно-исследовательской деятельности школьников.
	Самостоятельная работа, 2 часа	Самостоятельное ознакомление с дополнительными материалами, закрепление теоретического материала.
Тема 6. Алгоритм Евклида, непрерывные дроби, линейные диофантовы уравнения их интеграция в учебно-исследовательскую деятельность обучающихся	Лекция, 2 часа	Особенности использования научных задач в учебно-исследовательских проектах. Рассматривается «алгоритм Евклида» нахождения наибольшего общего делителя двух натуральных чисел m и n. С помощью алгоритма Евклида доказывается, что любое рациональное число разлагается в конечную непрерывную дробь и, наоборот, любая конечная непрерывная дробь «сворачивается» в рациональное число. Таким образом, между множеством всех рациональных чисел Q и множеством всех конечных непрерывных дробей можно установить взаимно однозначное соответствие. Из этого следует, что иррациональным числам могут соответствовать лишь бесконечные непрерывные дроби. Устанавливаются некоторые простейшие свойства непрерывных дробей. Рассматривается применение аппарата непрерывных дробей для нахождения всех решений в целых числах линейных уравнений с целыми же коэффициентами вида $tx + py + 1 = 0$, называемых линейными диофантовыми уравнениями.
	Практическое занятие, 2 часа	Обсуждение проекта (Проект 2) задания по организации учебно-исследовательской деятельности обучающихся по изучению опыта решения научной математической задачи
	Самостоятельная работа, 2 часа	Подготовка проекта (Проект 2) задания по организации учебно-исследовательской деятельности обучающихся по изучению опыта решения научной математической задачи

Тема 7. Начальные понятия теории групп.	<i>Лекция, 2 часа</i>	Дается определение группы. Рассматриваются коммутативные или абелевы группы (R — абелева группа относительно операции сложения действительных чисел, а R^+ — абелева группа относительно операции умножения действительных чисел, множество Z целых чисел — абелева группа относительно операции сложения (наследуемой из операции сложения действительных чисел), множество Q рациональных чисел — абелева группа относительно той же операции, множество Q^+ положительных рациональных чисел — абелева группа относительно операции умножения (наследуемой из операции умножения действительных чисел). Приводятся примеры конечных групп. Рассматривается Z_2 — циклическая группа порядка n и ее геометрическая интерпретация. Доказывается теорема Лагранжа о порядке t подгруппы группы порядка n. Изучается группа Кляйна — группа самосовмещений в пространстве ромба. Рассматривается класс конечных групп, а именно, класс групп подстановок. Важность класса таких групп определяется теоремой Кэли: всякая конечная группа G изоморфна некоторой группе подстановок (подгруппе симметрической группы).
	<i>Практическое занятие, 2 часа</i>	Решение задач по теме лекции, обсуждение возможностей применения алгоритмов решения задач в учебно-исследовательской деятельности школьников
	<i>Самостоятельная работа, 2 часа</i>	Подготовка в формате презентации проекта (Проект 3) модуля образовательной программы с опорой на современные достижения математической науки
8. Итоговая аттестация	<i>Зачет, 2 часа</i>	Зачет на основании совокупности выполненных проектов. Подготовка и защита в формате презентации проекта (Проект 3) модуля образовательной программы, разработанного с опорой на современные достижения математической науки

Раздел 3. «ФОРМЫ АТТЕСТАЦИИ И ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ».

Итоговая аттестация осуществляется на основе оценки защиты в формате презентации проекта модуля образовательной программы, разработанного с опорой на современные достижения математической науки (Проект 3).

Требования к работе:

В презентации должен быть описан модуль образовательной программы по алгебре или геометрии, построенный на основе раскрытия для обучающихся алгоритмов решения математических задач современными учеными, содержащий описание математической задачи, методов и алгоритмов ее решения, план задания, раскрывающий опыт ее решения, план учебно-исследовательской деятельности обучающихся по поиску альтернативных подходов к решению задачи.

Критерии оценивания:

- наличие структурно-логических связей между определёнными компонентами модуля (названием, целью, планируемыми результатами, содержанием, оценочными материалами);
- следование компетентностной парадигме образования;
- чёткое определение оценочных средств результатов освоения модуля;
- четкое определение организационно-педагогических условий для реализации модуля.

При проведении итоговой аттестации слушатели должны показать свои способности и умения, опираясь на полученные знания об опыте решения нетривиальных научных задач, владение специальной терминологией и способностью ее популярного донесения до школьников.

Проект №1

Разработка учебного занятия по алгебре и геометрии на основе нетривиальных задач по математике и алгоритмов их решения

Требования к разработке:

1. Разработка осуществляется на основании стратегии проектирования учебных занятий по математике с учетом современных математических знаний в рамках обучения профильных классов.
2. В презентации должен быть разработан план учебного занятия по алгебре или геометрии на основе нетривиальной задачи по математике и алгоритма ее решения

Критерии оценивания:

- логическая связность;
- корректность математического аппарата;
- доходчивость изложения материала для школьников профильных классов.

Оценивание: зачет/незачет

Проект №2

Разработка подготовка проекта задания по организации учебно-исследовательской деятельности обучающихся по изучению опыта решения научной математической задачи.

Требования к разработке:

1. Разработка осуществляется на основании Технологии организации учебно-исследовательской деятельности обучающихся профильных классов, с опорой на современное научное знание, с учетом особенностей использования научных задач в учебно-исследовательских проектах.
2. В презентации должно быть разработано задание по учебно-исследовательской деятельности обучающихся, связанной с поиском альтернативных путей решения математических задач.

Критерии оценивания:

- логическая связность;
- корректность математического аппарата;
- доходчивость изложения материала для школьников профильных классов.

Оценивание: зачет/незачет

Раздел 4. «ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ»

4.1. Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы.

Учебно-методическая литература:

1. *Популярные лекции по математике*. Вып. 1, 6, 8, 22, 64. — М.: Государственное изд-во технико-теоретической литературы, 1956.
2. *Популярные лекции по математике*. Вып. 1,6,7. — М.: Наука, 1975.
3. *Рубинштейн А. И.* О кубических уравнениях // *Квант*. — 1998. — № 2.
4. Библиотечка «Квант». Вып. 7, 64.
5. *ПикOVER К.* Великая математика. От Пифагора до 57-мерных объектов. 250 основных вех в истории математики. М., 2015
6. *Прасолов В.В.* История математики. В 2-х ч. М., 2019
7. *ДжЕксон Т.* Математика. Иллюстрированная история. М., 2017
8. *Стюарт И.* Укрощение бесконечности. История математики от первых чисел до теории хаоса. М., 2019
9. *Темербекова А.А., Чугунова И.В., Байгонакова Г.А.* Методика обучения математике. Учебное пособие. М., 2015

4.2. Материально-технические условия реализации программы.

Компьютерное и мультимедийное оборудование, обеспечивающее образовательный процесс.