ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ ГОРОДА МОСКВЫ

Государственное бюджетное образовательное учреждение города Москвы дополнительного профессионального образования (повышения квалификации) специалистов Городской методический центр Департамента образования и науки города Москвы

УТВЕРЖДАЮ
Директор ГБОУ ГМЦ ДОНМ
_____А.С. Зинин
«07» декабря 2020 г.

Дополнительная профессиональная программа
(повышение квалификации)

Эффективные стратегии и алгоритмы решения текстовых задач повышенного уровня сложности по учебному предмету «Математика»

Автор курса:
Новикова Т.В.

Москва, 2020

Раздел 1. «Характеристика программы»

1.1. Цель реализации программы

Совершенствование профессиональных компетенций обучающихся в области эффективных стратегий и алгоритмов решения текстовых задач повышенного уровня сложности по учебному предмету «Математика».

Совершенствуемые компетенции

№	Компетенция	Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование
		Код компетенции
1.	Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	ОПК-5

1.2. Планируемые результаты обучения

№	Уметь – знать	Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование
		Код компетенции
1.	**Уметь:** – решать текстовые задачи по математике на движение, работу, проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировки; – составлять эффективные алгоритмы на отдельные типы решения текстовых задачи по математике на движение, работу, проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности. **Знать:** – особенности и сложные аспекты содержания задач по математике на движение, работу, проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности; – возможные структуры заданий повышенного уровня сложности на движение, работу, проценты, концентрацию, части, доли; – стратегию составления эффективных алгоритмов на отдельные типы решения текстовых задач по математике на	ОПК-5

	движение, работу, проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности; – эффективные стратегии и алгоритмы решения данных текстовых задач; – алгоритм определения возможных трудностей в обучении на основании стратегий решения данных текстовых задач.	
2.	Уметь: – решать текстовые задач по математике с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности с применением метода математического моделирования для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировке; – составлять эффективные алгоритмы на отдельные типы решения текстовых задачи по математике с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности. Знать: – теоретические основы применения метода математического моделирования при решении текстовых задач; – эффективные стратегии и алгоритмы решения данных текстовых задач; – стратегию составления эффективных алгоритмов на отдельные типы решения текстовых задач по математике на движение, работу, проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности; – алгоритм определения возможных трудностей в обучении на основании стратегий решения текстовых задач по математике с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности.	ОПК-5

1.3. Категория обучающихся: уровень образования – ВО, область профессиональной деятельности – преподавание математики на уровне основного общего, среднего общего образования

1.4. Программа реализуется с применением дистанционных образовательных технологий.

1.5. Режим занятий: доступ к образовательной платформе организации круглосуточно при соблюдении установленных сроков обучения.

1.6. Трудоемкость программы: 24 час.

Раздел 2. «Содержание программы»

2.1. Учебный (тематический) план

№ п/п	Наименование разделов (модулей) и тем	Внеаудиторные занятия			Формы контроля
		Трудоемкость	Лекции	Практические занятия	
1	Тема 1 Текстовые задачи на движение и работу	8	3	5	Тренинг-тест № 1 Практическая работа №1
2	Тема 2 Текстовые задачи на проценты, концентрацию, части, доли	8	3	5	Тренинг-тест № 2 Практическая работа № 2
3.	Тема 3 Текстовые задачи с социально-экономическим содержанием	8	3	5	Тренинг-тест № 3 Практическая работа № 3
	Итоговая аттестация				Зачет на основании совокупности выполненных на положительную оценку практических работ и результатов выполнения тренинг-тестов.
	Итого:	**24**	**9**	**15**	

2.2. Учебная программа

№ п/п	Виды учебных занятий, учебных работ	Содержание
Тема 1 Текстовые задачи на движение и работу	*Лекции, 1 час*	Особенности и сложные аспекты содержания задач по математике на движение, работу повышенного уровня сложности. Возможные структуры заданий на движение, работу повышенного уровня сложности.

	Лекции, 1 час	Эффективные стратегии и алгоритмы решения текстовых задачи на движение, работу повышенного уровня сложности. Примеры решения данных текстовых задач. Алгоритм и примеры определения возможных трудностей в обучении решению задач на движение, работу повышенного уровня сложности для их корректировки на основании рассмотренных стратегий.
	Практическое занятие, 2 часа	**Тренинг - тест № 1** Решение текстовых задач на движение, работу повышенного уровня сложности. Выявление возможных трудностей в обучении решению данных задач для их корректировки на основании рассмотренных стратегий.
	Лекции, 1 час	Стратегии и примеры составления эффективных алгоритмов решений на отдельные типы текстовых задач по математике на движение, работу повышенного уровня сложности
	Практическое занятие, 3 часа	**Практическая работа № 1** Составление эффективных алгоритмов решений на отдельные типы текстовых задачи по математике на движение, работу повышенного уровня сложности для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировки
Тема 2 Текстовые задачи на проценты, концентрацию, части, доли	*Лекции, 1 час*	Особенности и сложные аспекты содержания задач по математике на проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности. Возможные структуры заданий на проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности.
	Лекции, 1 час	Эффективные стратегии и алгоритмы решения текстовых задачи на проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности. Примеры решения данных текстовых задач. Алгоритм и примеры определения возможных трудностей в обучении решению задач на проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности для их корректировки на основании рассмотренных стратегий.
	Практическое занятие, 2 часа	**Тренинг -тест № 2** Решение текстовых задач на проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности.

		Выявление возможных трудностей в обучении решению данных задач для их корректировки на основании рассмотренных стратегий.
	Лекции, 1 час	Стратегии и примеры составления эффективных алгоритмов решений на отдельные типы текстовых задач по математике на проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности
	Практическое занятие, 3 часа	**Практическая работа № 2** Составление эффективных алгоритмов решений на отдельные типы текстовых задачи по математике на проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировки
Тема 3 Текстовые задачи с социально-экономическим содержанием	*Лекции, 1 час*	Особенности и сложные аспекты содержания задач по математике с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности. Возможные структуры заданий с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности.
	Лекции, 1 час	Теоретические основы применения метода математического моделирования при решении текстовых задач. Эффективные стратегии и алгоритмы решения текстовых задачи с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности. Примеры решения данных текстовых задач. Алгоритм и примеры определения возможных трудностей в обучении решению задач с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности для их корректировки на основании рассмотренных стратегий.
	Практическое занятие, 2 часа	**Тренинг -тест № 3** Решение текстовых задач с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности. Выявление возможных трудностей в обучении решению данных задач для их корректировки на основании рассмотренных стратегий.
	Лекции, 1 час	Стратегии и примеры составления эффективных алгоритмов решений на отдельные типы текстовых задач по

		математике с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности
	Практическое занятие, 3 часа	**Практическая работа № 3** Составление эффективных алгоритмов решений на отдельные типы текстовых задач по математике с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировки
Итоговая аттестация	*Зачет*	Зачет на основании совокупности выполненных на положительную оценку практических работ и результатов выполнения тренинг-тестов.

Раздел 3. «Формы аттестации и оценочные материалы»

3.1. Текущий контроль

Текущий контроль проводится в форме практических работ № 1, 2, 3 и тренинг-тестов № 1, 2, 3 с автоматической проверкой. Примеры заданий представлены в Приложении.

Критерии оценивания: Отметка «зачтено» для всех работ выставляется при правильном выполнении не менее 70% заданий соответствующей работы. **Оценивание:** зачет/незачет.

Практическая работа № 1

Составить эффективные алгоритмы решения текстовых задачи по математике на движение, работу повышенного уровня сложности для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировки

Требования к работе: работа осуществляется на основании стратегии составления эффективных алгоритмов решения текстовых задачи по математике на движение, работу повышенного уровня сложности для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировки.

Критерии оценивания: все шаги алгоритмов выстроены в правильной последовательности и позволяют с наименьшими затратами выполнять задачи на движение, работу повышенного уровня сложности

Оценивание: зачет/незачет.

Практическая работа № 2

Составить эффективные алгоритмы решения текстовых задачи по математике на движение, работу повышенного уровня сложности для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировки

Требования к работе: работа осуществляется на основании стратегии составления эффективных алгоритмов решения текстовых задачи по математике на проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировки.

Критерии оценивания: все шаги алгоритмов выстроены в правильной последовательности и позволяют с наименьшими затратами выполнять задачи на проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности.

Оценивание: зачет/незачет.

Практическая работа № 3

Составить эффективные алгоритмы решения текстовых задачи по математике с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировки

Требования к работе: работа осуществляется на основании стратегии составления эффективных алгоритмов решения текстовых задачи по математике с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировки.

Критерии оценивания: все шаги алгоритмов выстроены в правильной последовательности и позволяют с наименьшими затратами выполнять задачи

по математике с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности

Оценивание: зачет/незачет.

3.2. Итоговая аттестация: зачет на основании совокупности выполненных на положительную оценку практических работ и результатов выполнения тренинг-тестов.

Раздел 4. «Организационно-педагогические условия реализации программы»

4.1. Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы

Нормативные документы

1. Примерная основная образовательная программа основного общего образования [Электронный ресурс]// URL: https://fgosreestr.ru/registry/%d0%bf%d0%be%d0%be%d0%bf_%d0%be%d0%be%d0%be_06-02-2020/ (дата последнего обращения 06.12.2020).

2. Примерная основная образовательная программа среднего общего образования [Электронный ресурс] // URL: https://fgosreestr.ru/registry/primernaya-osnovnaya-obrazovatelnaya-programma-srednego-obshhego-obrazovaniya/ (дата последнего обращения 06.12.2020).

Основная литература

1. Галицкий М.Л. Сборник задач по алгебре: Учебное пособие для 8-9 классов с углубленным изучением математики/ М.Л. Галицкий, А. М. Гольдман, Л.И. Звавич. — 9-е изд. — М. Просвещение, АО «Московские учебники», 2003 — 271 с.

2. ЕГЭ 2020. Математика. Профильный уровень. 50 вариантов. Типовые варианты экзаменационных заданий от разработчиков ЕГЭ/ И.В. Ященко, М.А. Волчкевич, И.Р. Рязановский, В.А. Смирнов, А. В. Хачатурян, С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль; под ред. И.В. Ященко. ─ М.: Издательство «Экзамен», издательство МЦНМО, 2020. ─ 231, [1] с.

3. Прокофьев А.А. Рекомендации по подготовке к выполнению задания №17 (финансово-экономические задачи) ЕГЭ профильного уровня. // https://alexlarin.net/ege/2018/ap17.pdf

4. Шестаков С. А. ЕГЭ 2020. Математика. Задачи с экономическим содержанием. Задача 17 (профильный уровень) / Под ред. И. В. Ященко. —М.: МЦНМО, 2020. — 208 с.

Дополнительная литература

1. Математика. ЕГЭ. Задача с экономическим содержанием: учебно-методическое пособие / Под ред. Ф.Ф. Лысенко и С. Ю. Кулабухова. ─ Изд. 3-е., перераб. и доп. ─ Ростов н/Д: Легион, 2018. ─ 96 с. ─ (ЕГЭ).

2. Шестаков С. А.ЕГЭ 2019. Математика. Задачи на составление уравнений. Задача 11 (профильный уровень). Рабочая тетрадь /Под ред. И. В. Ященко. — М.: МЦНМО, 2019. — 80 с.

3. Ященко И. В., Высоцкий И. Р., Косухин О. Н., Семенов А. В. , Трепалин А. С., Черняева М. А. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2020 года по математике //Официальный сайт ФИПИ. – Режим доступа: http://www.fipi.ru/ege-igve-11/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy.

Интернет-ресурсы

1. Открытый банк заданий ЕГЭ по математике. [Электронный ресурс]// URL: http://www.fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-ege (дата последнего обращения 06.12.2020).

2. Сайт федерального института педагогических измерений. [Электронный ресурс]// URL: http://www.fipi.ru (дата последнего обращения 06.12.2020).

3. Сдам ГИА. Образовательный портал для подготовки к экзаменам. [Электронный ресурс]// URL: https://math-ege.sdamgia.ru/ (дата последнего обращения 06.12.2020).

4. Федеральный портал «Российское образование». [Электронный ресурс]// URL: http://www.edu.ru (дата последнего обращения 06.12.2020).

4.2. Материально-технические условия реализации программы

Для реализации программы необходимо компьютерное и мультимедийное оборудование для использования видео- и аудиовизуальных средств обучения с подключением к сети Интернет, пакет слайдовых презентаций (по темам учебной программы).

4.3. Образовательные технологии, используемые в процессе реализации программы

В процессе реализации программы используются современные образовательные информационно-коммуникационные технологии.

Приложение

Примерные задания тренинг-теста № 1

1. Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: 32.

2. Цифрами обозначены шаги выполнения задания и определите на каком шаге, какие могут возникнуть затруднения. Запишите возможные затруднения для каждого шага.

Из пункта A в пункт B, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта B вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от A до B пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт B, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

Решение

1 Пусть скорость течения реки (и плота) x км/ч. Тогда скорость катера против течения равна $4x - x = 3x$ км/ч, а по течению $4x + x = 5x$ км/ч. 2 Следовательно, скорость катера против течения в 3 раза больше скорости плота, а по течению — в 5 раз больше скорости плота. Если плот до встречи проплыл S км, то катер — в 3 раза больше, т. е. $3S$ км. 3 После встречи катер пройдет $3S$ км, а плот — в 5 раз меньше, т. е. $\frac{3S}{5}$ км. Всего плот пройдет

$$S + \frac{3S}{5} = \frac{8S}{5}.$$

4 Отношение пройденного плотом пути ко всему пути равно $\frac{\frac{8S}{5}}{4S} = \frac{2}{5}$.

Примерные задания тренинг-теста № 2

1. При смешивании первого раствора кислоты, концентрация которого 20%, и второго раствора этой же кислоты, концентрация которого 50%, получили раствор, содержащий 30% кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

Ответ: 2:1.

2. Цифрами обозначены шаги выполнения задания и определите на каком шаге, какие могут возникнуть затруднения. Запишите возможные затруднения для каждого шага.

Смешали некоторое количество 21-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 95-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение.

1. Пусть взяли x г 21-процентного раствора, тогда взяли и x г 95-процентного раствора.
2. Концентрация раствора — масса вещества, разделённая на массу всего раствора. В первом растворе содержится $0{,}21x$ г, а во втором — $0{,}95x$ г.
3. Концентрация получившегося раствора равна $\frac{0{,}21x+0{,}95x}{x+x}=0{,}58,$ или 58%.

Примерные задания тренинг-теста № 3

1. 1 января 2015 года Павел Витальевич взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита, следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк, начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Павел Витальевич переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Павел Витальевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 125 тыс. рублей?

Ответ: на 9 месяцев.

2. Цифрами обозначены шаги выполнения задания и определите на каком шаге, какие могут возникнуть затруднения. Запишите возможные затруднения для каждого шага.

1 января 2015 года Павел Витальевич взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита, следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк, начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Павел Витальевич переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Павел Витальевич может взять кредит, чтобы ежемесячные

выплаты были не более 125 тыс. рублей?

Решение.

1. Ясно, что за 8 месяцев Павел Витальевич не справится с выплатой долга, так как он вернет банку не более $125000 \cdot 8 = 1000000$ рублей, а общий долг будет больше миллиона рублей, поскольку банк еще начисляет проценты.

2. Покажем, что на 9 месяцев кредит брать можно. Пусть ежемесячный платеж будет равен 125000 рублей. Через месяц задолженность Павла Витальевича перед банком составит 1010000 рублей, затем Павел Витальевич выплачивает 125000 и долг составляет 885000. Затем банк начисляет процент, но 1 процент от оставшейся суммы будет уже меньше, чем 10000 рублей, и в дальнейшем будет тем более меньше. Поэтому задолженность через два месяца будет меньше 895000, а после очередного платежа — меньше 770000 рублей.

3. Аналогично, через 3 месяца задолженность будет меньше 780000, а после платежа — меньше 655000 рублей. Через 4 месяца задолженность будет меньше 665000, а после платежа — меньше 540000 рублей. Через 5 месяцев задолженность будет меньше 550000, а после платежа - меньше 425000 рублей.

4. Через 6 месяцев задолженность будет меньше 435000, а после платежа — меньше 310000 рублей. Через 7 месяцев задолженность будет меньше 320000, а после платежа - меньше 195000 рублей. Через 8 месяцев задолженность будет меньше 205000, а после платежа - меньше 80000 рублей. Таким образом, через 9 месяцев задолженность заведомо не будет превышать 90000 рублей, и своим последним платежом Павел Витальевич полностью расплатится с банком.

Примерные задания практической работы № 1

1. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 285 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 34 км/ч, стоянка длится 19 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 36 часов после отплытия из него.

Заполните пропуски на этапе построения математической модели.

Решение.

Пусть $\boldsymbol{x}$ км/ч — скорость течения, тогда (выпадающий список 1) км/ч — скорость теплохода по течению, (выпадающий список 2) км/ч — скорость

теплохода против течения. По течению теплоход движется (выпадающий список 3) часов, а против течения (выпадающий список 4) часов, весь путь занял (выпадающий список 5) часов

выпадающий список 1: $x+34$; $x-34$; $34-x$; $34x$.

выпадающий список 2: $x+34$; $x-34$; $34-x$; $34x$.

выпадающий список 3: $\frac{285}{x+34}$; $\frac{285}{34-x}$; $\frac{285}{x+34}+19$; $\frac{285}{34-x}-19$.

выпадающий список 4: $\frac{285}{x+34}$; $\frac{285}{34-x}$; $\frac{285}{x+34}+19$; $\frac{285}{34-x}-19$.

выпадающий список 5: 36; 19; $36-19=17$; $36+19=45$.

2. Для объектов, указанных в таблице, определите, какие объекты соответствуют им. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность чисел.

Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 75 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт B на 6 часов позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

	S, км	v, км/ч	t, ч
автомобилист	75	А	Б
велосипедист	75	v	В

Г

Д

1) $v-40$;
2) $v+40$;
3) $\frac{75}{v+40}$;
4) $\frac{75}{v-40}$;
5) $\frac{75}{v}$;
6) $\Delta t = t_{вел} - t_{авт} = 6$;
7) $\Delta t = t_{авт} - t_{вел} = 6$;
8) $\frac{75}{v} - \frac{75}{v+40} = 6$;
9) $\frac{75}{v+40} - \frac{75}{v} = 6$;
10) $\frac{75}{v} - \frac{75}{v+40} = 6$;
11) $\frac{75}{v+40} - \frac{75}{v} = 6$;
12) $\frac{75}{v} - \frac{75}{v-40} = 6$;
13) $\frac{75}{v-40} - \frac{75}{v} = 6$.

А	Б	В	Г	Д

Ответ: 2356

Примерные задания практической работы № 2

1. При смешивании первого раствора кислоты, концентрация которого 20%, и второго раствора этой же кислоты, концентрация которого 50%, получили раствор, содержащий 30% кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

Заполните пропуски на этапе построения математической модели.

Решение.

Пусть первый раствор взят в количестве x грамм, тогда он содержит (выпадающий список 1) грамм чистой кислоты, а второй раствор взят в количестве y грамм, тогда он содержит (выпадающий список 2) грамм чистой кислоты. При смешивании двух этих растворов получится раствор массой (выпадающий список 3) грамм, по условию задачи, он содержит (выпадающий список 4) чистой кислоты.

выпадающий список 1: $0{,}2x$; $20x$; $\frac{x}{20}$; $\frac{x}{0{,}2}$.
выпадающий список 2: $50y$; $\frac{y}{50}$; $0{,}5y$; $\frac{y}{0{,}5}$.
выпадающий список 3: $x+y$; $0{,}7(x+y)$; $20x+50y$; $0{,}2x+0{,}5y$.
выпадающий список 4: $0{,}2x+0{,}5y$; $0{,}3(x+y)$; $30(x+y)$; $\frac{x+y}{30}$.

2. Для объектов, указанных в таблице, определите, какие объекты соответствуют им. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность чисел.

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

	c	$m_{\text{сплава}}$	$m_{\text{меди}}$
1 сплав	0,1	x	2
2 сплав	0,4	$x+3$	3
3 сплав	0,3	1	4

5

1) $0,1x$;
2) $10x$;
3) $0,4x$;
4) $40x$;
5) $0,4(x+3)$
6) $0,3x$;
7) $0,3(2x+3)$;
8) $30x$;
9) $2x+3$;
10) $0,1x+0,4(x+3)=0,3(2x+3)$;
11) $10x+40(x+3)=30(2x+3)$;
12) $10x+40x=30(2x+3)$;

1	2	3	4	5

Ответ: 915710

Примерные задания практической работы № 3

1. 31 декабря 2014 года Тимофей взял в банке 7 007 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита, следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Тимофей переводит в банк платёж. Весь долг Тимофей выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за 2 равных платежа?

Заполните пропуски на этапе построения математической модели.

Решение.

Пусть сумма кредита равна S, а годовые составляют $a\%$. Тогда 31 декабря каждого года оставшаяся сумма долга умножается на коэффициент $b=1+0,01a$. После первой выплаты сумма долга составит $S_1=Sb-X$. После второй выплаты сумма долга составит (выпадающий список 1). После третей выплаты сумма оставшегося

долга равна (выпадающий список 2). По условию тремя выплатами Тимофей погасил кредит полностью, поэтому (выпадающий список 3). Откуда X= (выпадающий список 4).
Рассуждая аналогично, находим, что если бы Тимофей гасил долг двумя равными выплатами, то каждый год он должен был бы выплачивать Y= (выпадающий список 5) рублей. Значит, он отдал банку на (выпадающий список 6) больше.

выпадающий список 1: $Sb^2-(1+b)X$, $Sb-2X$, $Sb^2+(1+b)X$

выпадающий список 2: $Sb^3-\frac{b^3-1}{b-1}\cdot X$, $Sb-3X$, $Sb^3+\frac{b^3-1}{b-1}X$

выпадающий список 3: $Sb^3-\frac{b^3-1}{b-1}\cdot X=0$, $Sb-3X=0$, $Sb^3+\frac{b^3-1}{b-1}X=0$

выпадающий список 4: $\frac{Sb^3(b-1)}{(b^3-1)}$, $\frac{Sb}{3}$, $\frac{Sb^3(1-b)}{b^3-1}$

выпадающий список 5: $\frac{Sb^2}{b+1}$, $\frac{Sb}{2}$, $\frac{Sb^2}{b-1}$

выпадающий список 6: $3X-2Y$, $3X+2Y$, $2X-3Y$

2. Для объектов, указанных в таблице, определите, какие объекты соответствуют им. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность чисел.

Анатолий решил взять кредит в банке 464100 рублей на 4 месяца под 10% в месяц. Банк в начале каждого месяца начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Анатолий переводит в банк фиксированную сумму и в результате выплачивает весь долг четырьмя равными платежами.

S — сумма кредита,
x — ежемесячная выплата,
$k =$ 1

Месяц	Долг	Выплата	Остаток
1	kS	x	$kS - x$
2	$(kS - x)k$	x	$k^2S - kx - x$
3	$(k^2S - kx - x)k$	x	$k^3S - k^2x - kx - x$
4	2	x	3

4

1) $0,1$;
2) $1,1$;
3) $k^3S - k^2x - kx - x$;
4) $(k^3S - k^2x - kx - x)k$;
5) $k^4S - k^3x - k^2x - kx - x$
6) $(k^4S - k^3x - k^2x - kx - x)k$;
7) $k^4S - k^3x - k^2x - kx - x = 0$;
8) $k^4S - k^3x - k^2x - kx - x = k$.

1	2	3	4

Ответ: 2457

Раздел 1. «Характеристика программы»

1.1. Цель реализации программы

Совершенствование профессиональных компетенций обучающихся в области эффективных стратегий и алгоритмов решения текстовых задач повышенного уровня сложности по учебному предмету «Математика».

Совершенствуемые компетенции

№	Компетенция	Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование
		Код компетенции
1.	Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	ОПК-5

1.2. Планируемые результаты обучения

№	Уметь – знать	Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование
		Код компетенции
1.	**Уметь:** – решать текстовые задачи по математике на движение, работу, проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировки; – составлять эффективные алгоритмы на отдельные типы решения текстовых задачи по математике на движение, работу, проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности. **Знать:** – особенности и сложные аспекты содержания задач по математике на движение, работу, проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности; – возможные структуры заданий повышенного уровня сложности на движение, работу, проценты, концентрацию, части, доли; – стратегию составления эффективных алгоритмов на отдельные типы решения текстовых задач по математике на	ОПК-5

	движение, работу, проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности; – эффективные стратегии и алгоритмы решения данных текстовых задач; – алгоритм определения возможных трудностей в обучении на основании стратегий решения данных текстовых задач.	
2.	Уметь: – решать текстовые задач по математике с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности с применением метода математического моделирования для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировке; – составлять эффективные алгоритмы на отдельные типы решения текстовых задачи по математике с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности. Знать: – теоретические основы применения метода математического моделирования при решении текстовых задач; – эффективные стратегии и алгоритмы решения данных текстовых задач; – стратегию составления эффективных алгоритмов на отдельные типы решения текстовых задач по математике на движение, работу, проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности; – алгоритм определения возможных трудностей в обучении на основании стратегий решения текстовых задач по математике с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности.	ОПК-5

1.3. Категория обучающихся: уровень образования – ВО, область профессиональной деятельности – преподавание математики на уровне основного общего, среднего общего образования

1.4. Программа реализуется с применением дистанционных образовательных технологий.

1.5. Режим занятий: доступ к образовательной платформе организации круглосуточно при соблюдении установленных сроков обучения.

1.6. Трудоемкость программы: 24 час.

Раздел 2. «Содержание программы»

2.1. Учебный (тематический) план

№ п/п	Наименование разделов (модулей) и тем	Внеаудиторные занятия			Формы контроля
		Трудоемкость	Лекции	Практические занятия	
1	Тема 1 Текстовые задачи на движение и работу	8	3	5	Тренинг-тест № 1 Практическая работа №1
2	Тема 2 Текстовые задачи на проценты, концентрацию, части, доли	8	3	5	Тренинг-тест № 2 Практическая работа № 2
3.	Тема 3 Текстовые задачи с социально-экономическим содержанием	8	3	5	Тренинг-тест № 3 Практическая работа № 3
	Итоговая аттестация				Зачет на основании совокупности выполненных на положительную оценку практических работ и результатов выполнения тренинг-тестов.
	Итого:	**24**	**9**	**15**	

2.2. Учебная программа

№ п/п	Виды учебных занятий, учебных работ	Содержание
Тема 1 Текстовые задачи на движение и работу	*Лекции, 1 час*	Особенности и сложные аспекты содержания задач по математике на движение, работу повышенного уровня сложности. Возможные структуры заданий на движение, работу повышенного уровня сложности.

	Лекции, 1 час	Эффективные стратегии и алгоритмы решения текстовых задачи на движение, работу повышенного уровня сложности. Примеры решения данных текстовых задач. Алгоритм и примеры определения возможных трудностей в обучении решению задач на движение, работу повышенного уровня сложности для их корректировки на основании рассмотренных стратегий.
	Практическое занятие, 2 часа	**Тренинг - тест № 1** Решение текстовых задач на движение, работу повышенного уровня сложности. Выявление возможных трудностей в обучении решению данных задач для их корректировки на основании рассмотренных стратегий.
	Лекции, 1 час	Стратегии и примеры составления эффективных алгоритмов решений на отдельные типы текстовых задач по математике на движение, работу повышенного уровня сложности
	Практическое занятие, 3 часа	**Практическая работа № 1** Составление эффективных алгоритмов решений на отдельные типы текстовых задачи по математике на движение, работу повышенного уровня сложности для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировки
Тема 2 Текстовые задачи на проценты, концентрацию, части, доли	*Лекции, 1 час*	Особенности и сложные аспекты содержания задач по математике на проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности. Возможные структуры заданий на проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности.
	Лекции, 1 час	Эффективные стратегии и алгоритмы решения текстовых задачи на проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности. Примеры решения данных текстовых задач. Алгоритм и примеры определения возможных трудностей в обучении решению задач на проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности для их корректировки на основании рассмотренных стратегий.
	Практическое занятие, 2 часа	**Тренинг -тест № 2** Решение текстовых задач на проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности.

		Выявление возможных трудностей в обучении решению данных задач для их корректировки на основании рассмотренных стратегий.
	Лекции, 1 час	Стратегии и примеры составления эффективных алгоритмов решений на отдельные типы текстовых задач по математике на проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности
	Практическое занятие, 3 часа	**Практическая работа № 2** Составление эффективных алгоритмов решений на отдельные типы текстовых задачи по математике на проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировки
Тема 3 Текстовые задачи с социально-экономическим содержанием	*Лекции, 1 час*	Особенности и сложные аспекты содержания задач по математике с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности. Возможные структуры заданий с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности.
	Лекции, 1 час	Теоретические основы применения метода математического моделирования при решении текстовых задач. Эффективные стратегии и алгоритмы решения текстовых задачи с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности. Примеры решения данных текстовых задач. Алгоритм и примеры определения возможных трудностей в обучении решению задач с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности для их корректировки на основании рассмотренных стратегий.
	Практическое занятие, 2 часа	**Тренинг -тест № 3** Решение текстовых задач с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности. Выявление возможных трудностей в обучении решению данных задач для их корректировки на основании рассмотренных стратегий.
	Лекции, 1 час	Стратегии и примеры составления эффективных алгоритмов решений на отдельные типы текстовых задач по

		математике с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности
	Практическое занятие, 3 часа	**Практическая работа № 3** Составление эффективных алгоритмов решений на отдельные типы текстовых задач по математике с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировки
Итоговая аттестация	*Зачет*	Зачет на основании совокупности выполненных на положительную оценку практических работ и результатов выполнения тренинг-тестов.

Раздел 3. «Формы аттестации и оценочные материалы»

3.1. Текущий контроль

Текущий контроль проводится в форме практических работ № 1, 2, 3 и тренинг-тестов № 1, 2, 3 с автоматической проверкой. Примеры заданий представлены в Приложении.

Критерии оценивания: Отметка «зачтено» для всех работ выставляется при правильном выполнении не менее 70% заданий соответствующей работы. **Оценивание:** зачет/незачет.

Практическая работа № 1

Составить эффективные алгоритмы решения текстовых задачи по математике на движение, работу повышенного уровня сложности для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировки

Требования к работе: работа осуществляется на основании стратегии составления эффективных алгоритмов решения текстовых задачи по математике на движение, работу повышенного уровня сложности для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировки.

Критерии оценивания: все шаги алгоритмов выстроены в правильной последовательности и позволяют с наименьшими затратами выполнять задачи на движение, работу повышенного уровня сложности

Оценивание: зачет/незачет.

Практическая работа № 2

Составить эффективные алгоритмы решения текстовых задачи по математике на движение, работу повышенного уровня сложности для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировки

Требования к работе: работа осуществляется на основании стратегии составления эффективных алгоритмов решения текстовых задачи по математике на проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировки.

Критерии оценивания: все шаги алгоритмов выстроены в правильной последовательности и позволяют с наименьшими затратами выполнять задачи на проценты, концентрацию, части, доли повышенного уровня сложности.

Оценивание: зачет/незачет.

Практическая работа № 3

Составить эффективные алгоритмы решения текстовых задачи по математике с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировки

Требования к работе: работа осуществляется на основании стратегии составления эффективных алгоритмов решения текстовых задачи по математике с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности для выявления возможных трудностей в обучении и их корректировки.

Критерии оценивания: все шаги алгоритмов выстроены в правильной последовательности и позволяют с наименьшими затратами выполнять задачи

по математике с социально-экономическим содержанием повышенного уровня сложности

Оценивание: зачет/незачет.

3.2. Итоговая аттестация: зачет на основании совокупности выполненных на положительную оценку практических работ и результатов выполнения тренинг-тестов.

Раздел 4. «Организационно-педагогические условия реализации программы»

4.1. Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы

Нормативные документы

1. Примерная основная образовательная программа основного общего образования [Электронный ресурс]// URL: https://fgosreestr.ru/registry/%d0%bf%d0%be%d0%be%d0%bf_%d0%be%d0%be%d0%be_06-02-2020/ (дата последнего обращения 06.12.2020).

2. Примерная основная образовательная программа среднего общего образования [Электронный ресурс] // URL: https://fgosreestr.ru/registry/primernaya-osnovnaya-obrazovatelnaya-programma-srednego-obshhego-obrazovaniya/ (дата последнего обращения 06.12.2020).

Основная литература

1. Галицкий М.Л. Сборник задач по алгебре: Учебное пособие для 8-9 классов с углубленным изучением математики/ М.Л. Галицкий, А. М. Гольдман, Л.И. Звавич. — 9-е изд. — М. Просвещение, АО «Московские учебники», 2003 — 271 с.

2. ЕГЭ 2020. Математика. Профильный уровень. 50 вариантов. Типовые варианты экзаменационных заданий от разработчиков ЕГЭ/ И.В. Ященко, М.А. Волчкевич, И.Р. Рязановский, В.А. Смирнов, А. В. Хачатурян, С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль; под ред. И.В. Ященко. ─ М.: Издательство «Экзамен», издательство МЦНМО, 2020. ─ 231, [1] с.

3. Прокофьев А.А. Рекомендации по подготовке к выполнению задания №17 (финансово-экономические задачи) ЕГЭ профильного уровня. // https://alexlarin.net/ege/2018/ap17.pdf

4. Шестаков С. А. ЕГЭ 2020. Математика. Задачи с экономическим содержанием. Задача 17 (профильный уровень) / Под ред. И. В. Ященко. —М.: МЦНМО, 2020. — 208 с.

Дополнительная литература

1. Математика. ЕГЭ. Задача с экономическим содержанием: учебно-методическое пособие / Под ред. Ф.Ф. Лысенко и С. Ю. Кулабухова. ─ Изд. 3-е., перераб. и доп. ─ Ростов н/Д: Легион, 2018. ─ 96 с. ─ (ЕГЭ).

2. Шестаков С. А.ЕГЭ 2019. Математика. Задачи на составление уравнений. Задача 11 (профильный уровень). Рабочая тетрадь /Под ред. И. В. Ященко. — М.: МЦНМО, 2019. — 80 с.

3. Ященко И. В., Высоцкий И. Р., Косухин О. Н., Семенов А. В. , Трепалин А. С., Черняева М. А. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2020 года по математике //Официальный сайт ФИПИ. – Режим доступа: http://www.fipi.ru/ege-igve-11/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy.

Интернет-ресурсы

1. Открытый банк заданий ЕГЭ по математике. [Электронный ресурс]// URL: http://www.fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-ege (дата последнего обращения 06.12.2020).

2. Сайт федерального института педагогических измерений. [Электронный ресурс]// URL: http://www.fipi.ru (дата последнего обращения 06.12.2020).

3. Сдам ГИА. Образовательный портал для подготовки к экзаменам. [Электронный ресурс]// URL: https://math-ege.sdamgia.ru/ (дата последнего обращения 06.12.2020).

4. Федеральный портал «Российское образование». [Электронный ресурс]// URL: http://www.edu.ru (дата последнего обращения 06.12.2020).

4.2. Материально-технические условия реализации программы

Для реализации программы необходимо компьютерное и мультимедийное оборудование для использования видео- и аудиовизуальных средств обучения с подключением к сети Интернет, пакет слайдовых презентаций (по темам учебной программы).

4.3. Образовательные технологии, используемые в процессе реализации программы

В процессе реализации программы используются современные образовательные информационно-коммуникационные технологии.

Приложение

Примерные задания тренинг-теста № 1

1. Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: 32.

2. Цифрами обозначены шаги выполнения задания и определите на каком шаге, какие могут возникнуть затруднения. Запишите возможные затруднения для каждого шага.

Из пункта A в пункт B, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта B вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от A до B пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт B, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

Решение

1 Пусть скорость течения реки (и плота) x км/ч. Тогда скорость катера против течения равна $4x - x = 3x$ км/ч, а по течению $4x + x = 5x$ км/ч. 2 Следовательно, скорость катера против течения в 3 раза больше скорости плота, а по течению — в 5 раз больше скорости плота. Если плот до встречи проплыл S км, то катер — в 3 раза больше, т. е. $3S$ км. 3 После встречи катер пройдет $3S$ км, а плот — в 5 раз меньше, т. е. $\frac{3S}{5}$ км. Всего плот пройдет

$$S + \frac{3S}{5} = \frac{8S}{5}.$$

4 Отношение пройденного плотом пути ко всему пути равно $\frac{\frac{8S}{5}}{4S} = \frac{2}{5}$.

Примерные задания тренинг-теста № 2

1. При смешивании первого раствора кислоты, концентрация которого 20%, и второго раствора этой же кислоты, концентрация которого 50%, получили раствор, содержащий 30% кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

Ответ: 2:1.

2. Цифрами обозначены шаги выполнения задания и определите на каком шаге, какие могут возникнуть затруднения. Запишите возможные затруднения для каждого шага.

Смешали некоторое количество 21-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 95-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение.

1. Пусть взяли x г 21-процентного раствора, тогда взяли и x г 95-процентного раствора.
2. Концентрация раствора — масса вещества, разделённая на массу всего раствора. В первом растворе содержится $0{,}21x$ г, а во втором — $0{,}95x$ г.
3. Концентрация получившегося раствора равна $\frac{0{,}21x+0{,}95x}{x+x}=0{,}58,$ или 58%.

Примерные задания тренинг-теста № 3

1. 1 января 2015 года Павел Витальевич взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита, следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк, начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Павел Витальевич переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Павел Витальевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 125 тыс. рублей?

Ответ: на 9 месяцев.

2. Цифрами обозначены шаги выполнения задания и определите на каком шаге, какие могут возникнуть затруднения. Запишите возможные затруднения для каждого шага.

1 января 2015 года Павел Витальевич взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита, следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк, начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Павел Витальевич переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Павел Витальевич может взять кредит, чтобы ежемесячные

выплаты были не более 125 тыс. рублей?

Решение.

1. Ясно, что за 8 месяцев Павел Витальевич не справится с выплатой долга, так как он вернет банку не более $125000 \cdot 8 = 1000000$ рублей, а общий долг будет больше миллиона рублей, поскольку банк еще начисляет проценты.

2. Покажем, что на 9 месяцев кредит брать можно. Пусть ежемесячный платеж будет равен 125000 рублей. Через месяц задолженность Павла Витальевича перед банком составит 1010000 рублей, затем Павел Витальевич выплачивает 125000 и долг составляет 885000. Затем банк начисляет процент, но 1 процент от оставшейся суммы будет уже меньше, чем 10000 рублей, и в дальнейшем будет тем более меньше. Поэтому задолженность через два месяца будет меньше 895000, а после очередного платежа — меньше 770000 рублей.

3. Аналогично, через 3 месяца задолженность будет меньше 780000, а после платежа — меньше 655000 рублей. Через 4 месяца задолженность будет меньше 665000, а после платежа — меньше 540000 рублей. Через 5 месяцев задолженность будет меньше 550000, а после платежа - меньше 425000 рублей.

4. Через 6 месяцев задолженность будет меньше 435000, а после платежа — меньше 310000 рублей. Через 7 месяцев задолженность будет меньше 320000, а после платежа - меньше 195000 рублей. Через 8 месяцев задолженность будет меньше 205000, а после платежа - меньше 80000 рублей. Таким образом, через 9 месяцев задолженность заведомо не будет превышать 90000 рублей, и своим последним платежом Павел Витальевич полностью расплатится с банком.

Примерные задания практической работы № 1

1. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 285 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 34 км/ч, стоянка длится 19 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 36 часов после отплытия из него.

Заполните пропуски на этапе построения математической модели.

Решение.

Пусть $\boldsymbol{x}$ км/ч — скорость течения, тогда (выпадающий список 1) км/ч — скорость теплохода по течению, (выпадающий список 2) км/ч — скорость

теплохода против течения. По течению теплоход движется (выпадающий список 3) часов, а против течения (выпадающий список 4) часов, весь путь занял (выпадающий список 5) часов

выпадающий список 1: $x+34$; $x-34$; $34-x$; $34x$.

выпадающий список 2: $x+34$; $x-34$; $34-x$; $34x$.

выпадающий список 3: $\frac{285}{x+34}$; $\frac{285}{34-x}$; $\frac{285}{x+34}+19$; $\frac{285}{34-x}-19$.

выпадающий список 4: $\frac{285}{x+34}$; $\frac{285}{34-x}$; $\frac{285}{x+34}+19$; $\frac{285}{34-x}-19$.

выпадающий список 5: 36; 19; $36-19=17$; $36+19=45$.

2. Для объектов, указанных в таблице, определите, какие объекты соответствуют им. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность чисел.

Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 75 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт B на 6 часов позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

	S, км	v, км/ч	t, ч
автомобилист	75	А	Б
велосипедист	75	v	В

Г

Д

1) $v-40$;
2) $v+40$;
3) $\frac{75}{v+40}$;
4) $\frac{75}{v-40}$;
5) $\frac{75}{v}$;
6) $\Delta t = t_{вел} - t_{авт} = 6$;
7) $\Delta t = t_{авт} - t_{вел} = 6$;
8) $\frac{75}{v} - \frac{75}{v+40} = 6$;
9) $\frac{75}{v+40} - \frac{75}{v} = 6$;
10) $\frac{75}{v} - \frac{75}{v+40} = 6$;
11) $\frac{75}{v+40} - \frac{75}{v} = 6$;
12) $\frac{75}{v} - \frac{75}{v-40} = 6$;
13) $\frac{75}{v-40} - \frac{75}{v} = 6$.

А	Б	В	Г	Д

Ответ: 2356

Примерные задания практической работы № 2

1. При смешивании первого раствора кислоты, концентрация которого 20%, и второго раствора этой же кислоты, концентрация которого 50%, получили раствор, содержащий 30% кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

Заполните пропуски на этапе построения математической модели.

Решение.

Пусть первый раствор взят в количестве x грамм, тогда он содержит (выпадающий список 1) грамм чистой кислоты, а второй раствор взят в количестве y грамм, тогда он содержит (выпадающий список 2) грамм чистой кислоты. При смешивании двух этих растворов получится раствор массой (выпадающий список 3) грамм, по условию задачи, он содержит (выпадающий список 4) чистой кислоты.

выпадающий список 1: $0{,}2x$; $20x$; $\frac{x}{20}$; $\frac{x}{0{,}2}$.
выпадающий список 2: $50y$; $\frac{y}{50}$; $0{,}5y$; $\frac{y}{0{,}5}$.
выпадающий список 3: $x+y$; $0{,}7(x+y)$; $20x+50y$; $0{,}2x+0{,}5y$.
выпадающий список 4: $0{,}2x+0{,}5y$; $0{,}3(x+y)$; $30(x+y)$; $\frac{x+y}{30}$.

2. Для объектов, указанных в таблице, определите, какие объекты соответствуют им. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность чисел.

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

	c	$m_{\text{сплава}}$	$m_{\text{меди}}$
1 сплав	0,1	x	2
2 сплав	0,4	$x+3$	3
3 сплав	0,3	1	4

5

1) $0,1x$;
2) $10x$;
3) $0,4x$;
4) $40x$;
5) $0,4(x+3)$
6) $0,3x$;
7) $0,3(2x+3)$;
8) $30x$;
9) $2x+3$;
10) $0,1x+0,4(x+3)=0,3(2x+3)$;
11) $10x+40(x+3)=30(2x+3)$;
12) $10x+40x=30(2x+3)$;

1	2	3	4	5

Ответ: 915710

Примерные задания практической работы № 3

1. 31 декабря 2014 года Тимофей взял в банке 7 007 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита, следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Тимофей переводит в банк платёж. Весь долг Тимофей выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за 2 равных платежа?

Заполните пропуски на этапе построения математической модели.

Решение.

Пусть сумма кредита равна S, а годовые составляют $a\%$. Тогда 31 декабря каждого года оставшаяся сумма долга умножается на коэффициент $b=1+0,01a$. После первой выплаты сумма долга составит $S_1=Sb-X$. После второй выплаты сумма долга составит (выпадающий список 1). После третей выплаты сумма оставшегося

долга равна (выпадающий список 2). По условию тремя выплатами Тимофей погасил кредит полностью, поэтому (выпадающий список 3). Откуда X= (выпадающий список 4).
Рассуждая аналогично, находим, что если бы Тимофей гасил долг двумя равными выплатами, то каждый год он должен был бы выплачивать Y= (выпадающий список 5) рублей. Значит, он отдал банку на (выпадающий список 6) больше.

выпадающий список 1: $Sb^2-(1+b)X$, $Sb-2X$, $Sb^2+(1+b)X$

выпадающий список 2: $Sb^3-\frac{b^3-1}{b-1}\cdot X$, $Sb-3X$, $Sb^3+\frac{b^3-1}{b-1}X$

выпадающий список 3: $Sb^3-\frac{b^3-1}{b-1}\cdot X=0$, $Sb-3X=0$, $Sb^3+\frac{b^3-1}{b-1}X=0$

выпадающий список 4: $\frac{Sb^3(b-1)}{(b^3-1)}$, $\frac{Sb}{3}$, $\frac{Sb^3(1-b)}{b^3-1}$

выпадающий список 5: $\frac{Sb^2}{b+1}$, $\frac{Sb}{2}$, $\frac{Sb^2}{b-1}$

выпадающий список 6: $3X-2Y$, $3X+2Y$, $2X-3Y$

2. Для объектов, указанных в таблице, определите, какие объекты соответствуют им. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность чисел.

Анатолий решил взять кредит в банке 464100 рублей на 4 месяца под 10% в месяц. Банк в начале каждого месяца начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Анатолий переводит в банк фиксированную сумму и в результате выплачивает весь долг четырьмя равными платежами.

S — сумма кредита,
x — ежемесячная выплата,
$k =$ 1

Месяц	Долг	Выплата	Остаток
1	kS	x	$kS - x$
2	$(kS - x)k$	x	$k^2S - kx - x$
3	$(k^2S - kx - x)k$	x	$k^3S - k^2x - kx - x$
4	2	x	3

4

1) $0,1$;
2) $1,1$;
3) $k^3S - k^2x - kx - x$;
4) $(k^3S - k^2x - kx - x)k$;
5) $k^4S - k^3x - k^2x - kx - x$
6) $(k^4S - k^3x - k^2x - kx - x)k$;
7) $k^4S - k^3x - k^2x - kx - x = 0$;
8) $k^4S - k^3x - k^2x - kx - x = k$.

1	2	3	4

Ответ: 2457