

ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ ГОРОДА МОСКВЫ
Государственное автономное образовательное учреждение
дополнительного профессионального образования города Москвы
«МОСКОВСКИЙ ЦЕНТР КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ»



**Дополнительная профессиональная программа
(повышение квалификации)**

Сложные вопросы школьного курса математики
Модуль «Решение уравнений и неравенств с помощью
равносильных преобразований»

Разработчики курса:
Крайнева Л.Б.,
Семёнов А.В.,
Черняева М.А.,
Шабанова М.В.

Раздел 1. «Характеристика программы»

1.1. Цель реализации программы

Совершенствование профессиональных компетенций обучающихся в области сложных вопросов школьного курса математики: «Решение уравнений и неравенств с помощью равносильных преобразований».

Совершенствуемые компетенции

№	Компетенция	Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование
		Квалификация Бакалавриат
		Код компетенции
1.	Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	ОПК-5

1.2. Планируемые результаты обучения

№	Уметь – знать	Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование
		Квалификация Бакалавриат
		Код компетенции
1.	Уметь: анализировать и выявлять трудности изучения школьниками равносильных преобразований для решения уравнений и неравенств Знать: стратегию анализа и выявления трудностей в изучении школьниками равносильных преобразований для решения уравнений и неравенств.	ОПК-5
2.	Уметь: проектировать систему заданий, направленных на корректировку трудностей изучения школьниками равносильных преобразований для решения уравнений и неравенств. Знать: алгоритм проектирования системы заданий, направленных на корректировку трудностей изучения школьниками равносильных преобразований для решения уравнений и неравенств.	ОПК-5

1.3. Категория обучающихся: уровень образования – высшее, область профессиональной деятельности – обучение математике на уровне общего и среднего профессионального образования.

1.4. Форма обучения: очная с дистанционной поддержкой обучения.

1.5. Режим занятий: 4 академических часа в день, 4 дня.

1.6. Трудоемкость программы: 16 часов.

Раздел 2. «Содержание программы»

2.1. Учебный (тематический) план

№ п/п	Наименование разделов (модулей) и тем	Всего ауд. час	Виды учебных занятий, учебных работ		Формы контроля	Трудоемкость
			Лекции	Практические занятия		
1.	Основные сложности изучения равносильных преобразований для решения уравнений и неравенств	6	2	4	Тест № 1	6
2.	Подходы к корректировке трудностей изучения равносильных преобразований для решения уравнений и неравенств	5	2	3		5
3.	Эффективные способы корректировки трудностей изучения равносильных преобразований при решении уравнений и неравенств	5	2	3	Практическая работа №1	5
4.	Итоговая аттестация				Зачет на основании совокупности результатов тестирования и практической работы	
	Итого:	16	6	10		16

2.2. Учебная программа

Наименование разделов (модулей) и тем	Виды учебных занятий, учебных работ	Содержание
1. Основные сложности изучения равносильных преобразований для решения уравнений и неравенств	<i>Лекция, 2 ч.</i>	<p>Сведение к простейшему виду на основе преобразований – основная стратегия решения уравнений и неравенств, изучаемая в школьном курсе математики. Сложности изучения равносильных преобразований (перенос членов уравнения или неравенства из одной части уравнения или неравенства в другую с противоположными знаками; умножение или деление обеих частей уравнения на одно и то же отличное от нуля число или выражение; умножение или деление обеих частей неравенства на одно и то же отличное от нуля число с учетом его знака, навешивание или снятие функции), определенные логикой развития знаний о них при обучении в школьном курсе математики решению уравнений и неравенств отдельных видов: линейных, квадратичных, с модулем. целых рациональных, дробно-рациональных, иррациональных, тригонометрических, показательных и логарифмических. Сложности формирования представлений о методах решения уравнений и неравенств (обзорно) с помощью равносильных преобразований на основе освоенных алгоритмов решения уравнений и неравенств отдельных видов. Сложности изучения условий сохранения равносильности уравнений и неравенств в ходе преобразований, определенные недостаточностью логической подготовки учащихся.</p> <p>Стратегия анализа и выявления трудностей в изучении равносильных преобразований при решении уравнений и неравенств.</p>
	<i>Практическое занятие, 4 ч.</i>	<p>Разбор наиболее трудных случаев решения уравнений и неравенств. Тренинг в применении равносильных преобразований при решении уравнений и неравенств. Обсуждение условий применимости соответствующего метода.</p> <p>Тест № 1 «Решение уравнений и неравенств с помощью равносильных</p>

		преобразований».
2. Подходы к корректровке трудностей изучения равносильных преобразований для решения уравнений и неравенств.	<i>Лекция, 2 ч.</i>	<p>Подход 1. Обобщение и систематизация знаний учащихся о равносильности уравнений и неравенств, видах равносильных преобразований, условиях сохранения равносильности, общих методах решения на этапе заключительного повторения школьного курса математики при подготовке к решению задач с развернутым ответом профильного ЕГЭ по математике: №13 и 15.</p> <p>Подход 2. Поэтапное развитие знаний учащихся о видах равносильных преобразований, условиях сохранения равносильности при обучении алгоритмам решения уравнений и неравенств отдельных видов с последующим их обобщением при обучении решению уравнений и неравенств смешанного вида.</p>
	<i>Практическое занятие, 3 ч.</i>	Тренинг проведения экспресс-анализа уравнений и неравенств с целью распознавания условий применимости к их решению методов, основанных на равносильных преобразованиях, самостоятельное конструирование таких уравнений и неравенств.
3. Эффективные способы корректровки трудностей изучения равносильных преобразований при решении уравнений и неравенств.	<i>Лекция, 2 ч.</i>	<p>Конструирование и применение серий заданий, демонстрирующих типичные ошибки учащихся при решении уравнений и неравенств методом преобразований. Конструирование и применение заданий на развитие логической культуры учащихся, связанной с оперированием понятиями системы и совокупности при решении уравнений и неравенств. Конструирование и применение заданий на анализ представленной последовательности преобразований с целью оценки равносильности каждого преобразования и корректровки нарушений равносильности.</p> <p>Алгоритм проектирования системы заданий, направленных на корректровку трудностей изучения школьниками равносильных преобразований для решения уравнений и неравенств.</p>
	<i>Практическое занятие, 3 ч.</i>	Разбор примеров заданий, направленных на корректровку трудностей изучения школьниками равносильных преобразований для решения

		уравнений и неравенств. Практическая работа № 1 «Проектирование системы заданий, направленных на корректировку трудностей изучения школьниками равносильных преобразований для решения уравнений и неравенств».
4. Итоговая аттестация	<i>Зачет</i>	Зачет на основании совокупности результатов тестирования и практической работы

Раздел 3. «Формы аттестации и оценочные материалы»

3.1. Промежуточная аттестация:

Тест № 1

«Решение уравнений и неравенств с помощью равносильных преобразований»

Проводится на платформе <http://moodle.mcko.ru>.

Образцы тестовых заданий:

1. а) Решите уравнение $\cos 2x - 1 = \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) \cdot \sin x$. В ответе укажите наименьший положительный корень, умноженный на $\frac{3}{\pi}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

В ответе укажите количество корней.

Ответ: а) 1; б) 3.

2. Решите неравенство: $-\frac{\log_{11}(3x + 2\sqrt{x+1} + 2)}{\log_{11}(5x + 3\sqrt{x+1} + 3)^3} \geq \frac{\log_{27} 11}{\log_3 11}$. В ответе укажите наименьшее решение.

Ответ: - 0,75.

3. Решите систему неравенств:
$$\begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 2}{x - 3} + \frac{x^3 - 6x^2 + 9x - 2}{x - 4} \geq x^2 - x \\ \frac{x^2 + 2x - 11}{x^2 - 2x - 15} \leq \frac{x + 4}{x + 3} + \frac{1}{x - 3} \end{cases}$$

В ответе укажите количество целых решений.

Ответ: 1

Тестирование успешно пройдено, если слушатель правильно выполнил не менее 70% заданий.

Практическая работа № 1

«Проектирование системы заданий, направленных на корректировку трудностей изучения школьниками равносильных преобразований для решения уравнений и неравенств»

Требования к практической работе

1. Работа осуществляется на основании алгоритма проектирования системы заданий, направленных на корректировку трудностей изучения школьниками равносильных преобразований для решения уравнений и неравенств

2. Приведите примеры заданий из электронных банков заданий по подготовке к ЕГЭ по математике (не менее 6), при выполнении которых выпускник должен актуализировать информацию, связанную с применением равносильных преобразований при решении уравнений и неравенств. Подтвердите свои выводы решением отобранных заданий с использованием только равносильных преобразований.

3. Возьмите за основу проектирования системы заданий, направленных на корректировку трудностей изучения школьниками равносильных преобразований для решения уравнений и неравенств, одно из отобранных заданий. Составьте на его основе 3-5 подготовительных заданий: на анализ равносильности представленной последовательности преобразований, на оценку рациональности

введения условий, сохраняющих равносильности, на перенос способа решения в иные условия и т.п.

Критерии оценивания

Выполнены все требования к практической работе.

Оценивание:

4 балла – верно отобраны и решены с помощью равносильных преобразований не менее 6 заданий из открытых банков заданий по подготовке к ЕГЭ по математике, правильно составлено не менее 3 подготовительных заданий;

3 балла – верно отобраны не менее 6 заданий из открытых банков заданий по подготовке к ЕГЭ по математике, в решении одного из них получен неверный ответ, не являющийся следствием нарушения равносильности преобразований; правильно составлено не менее 3 подготовительных заданий;

2 балла – верно отобраны не менее 6 заданий из открытых банков заданий по подготовке к ЕГЭ по математике, правильно решены с использованием только равносильных преобразований не менее 3 из них; правильно составлено не менее 2 подготовительных заданий;

1 балл – верно отобран и решен с помощью только равносильных преобразований один пример заданий из открытых банков заданий по подготовке к ЕГЭ по математике, к нему правильно составлено одно подготовительное задание.

0 баллов – выполнение практической работы не соответствует ни одному из приведенных выше критериев.

Практическая работа считается выполненной, если слушатель получил не менее «2» баллов.

3.2. Итоговая аттестация: зачет на основании совокупности результатов тестирования и практической работы.

Раздел 4. «Организационно-педагогические условия реализации программы»

4.1. Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы

Литература

1. Прокофьев А.А., Корянов А.Г. Математика. ЕГЭ. Социально-экономические задачи: теория, задания, примеры решений. 10–11 классы. Учебно-метод. Пособие. – Ростов-на-Дону: Легион. – 2016.

2. Подготовка к ЕГЭ по математике в 2020 году. Профильный уровень. Методические указания / Яценко И.В., Шестаков С.А. – М.: МЦНМО, 2020.

3. Семенов А.В., Трепалин А.С., Яценко И.В., Высоцкий И.Р., Захаров П.И. Математика. Профильный уровень. ЕГЭ. Готовимся к итоговой аттестации. / Московский Центр непрерывного математического образования. – М.: Издательство «Интеллект-Центр», 2020.

4. Семенов А.В., Яценко И.В., Высоцкий И.Р., Трепалин А.С., Кукса Е.А. Математика. Решение заданий повышенного и высокого уровня сложности. Как получить максимальный балл на ЕГЭ. Учебное пособие. / Московский Центр непрерывного математического образования. – М.: Издательство «Интеллект-Центр», 2020.

5. Шестаков С.А. ЕГЭ 2019. Математика. Задачи с экономическим содержанием. Задача 17 (профильный уровень) / Под ред. И.В. Яценко. – М.: МЦНМО, 2019.

6. Элективные математические курсы: Учебное пособие для учащихся 10–11 классов общеобразовательных школ с грифом Минобрнауки РФ / Шабанова М.В., Безумова О.Л., Котова С.Н., Минькина Е.З., Попов И.Н. – Архангельск: Помор. гос. ун-т, 2004.

7. Яценко И.В., Высоцкий И.Р., Семенов А.В. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2019 года по математике.

Ресурсы Интернет

1. <http://www.fipi.ru>. Официальный сайт ФИПИ.
2. <https://mathus.ru>. Сайт подготовки к олимпиадам по математике и физики Яковлева И.В.
3. <https://alexlarin.net/>. Сайт Александра Ларина
4. <https://ege.sdamgia.ru/>. Сайт «Сдам ГИА. Решу ЕГЭ».
5. <https://resh.edu.ru>. Российская электронная школа.
6. <https://uchebnik.mos.ru/catalogue>. Московская электронная школа.

4.2. Материально-технические условия реализации программы

- Компьютерное и мультимедийное оборудование: компьютер, проектор, интерактивная доска (опционно);
- <http://moodle.mcko.ru> – сайт дистанционной поддержки курсов Московского центра качества образования.