

**ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ ГОРОДА МОСКВЫ**

**Государственное автономное образовательное учреждение  
дополнительного профессионального образования города Москвы  
МОСКОВСКИЙ ЦЕНТР РАЗВИТИЯ КАДРОВОГО ПОТЕНЦИАЛА ОБРАЗОВАНИЯ**

**УПРАВЛЕНИЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО РОСТА ПЕДАГОГИЧЕСКИХ КАДРОВ  
ОТДЕЛ ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**



УТВЕРЖДАЮ

Директор ГАОУ ДПО МЦРКПО

А.И. РЫТОВ

«17» «сентября» 2018 г.

**Дополнительная профессиональная программа  
(повышение квалификации)**

**Актуализация предметных знаний по математике**

Рег. номер \_\_\_\_\_

Разработчик курса:

Начальник учебного отдела  
\_\_\_\_\_ А.А. Марзаганова

Шабанова М.В.,  
д.п.н., профессор

Одобрено на заседании отдела  
естественнонаучного образования

Протокол № 1 от 03.09. 2018 г.

Начальник отдела  /Шабанова М.В./

**Направление:** предметные компетенции

**Уровень:** базовый

Москва – 2018

## **Раздел 1. «ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ»**

### **1.1. Цель реализации программы**

Цель - совершенствование профессиональных компетенций в области предметного содержания по математике.

Совершенствуемые компетенции:

<b>№</b>	<b>Компетенция</b>	<b>Направление подготовки Педагогическое образование</b>
		<b>Код компетенции 44.03.01</b>
		<b>Бакалавриат</b>
<b>1.</b>	Готов реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов	ПК-1

### **1.2. Планируемые результаты обучения**

<b>№</b>	<b>Знать - уметь</b>	<b>Направление подготовки Педагогическое образование</b>
		<b>Код компетенции 44.03.01</b>
		<b>Бакалавриат</b>
<b>1.</b>	<b>Знать:</b> - предметное содержание курса математики на повышенном уровне; - типологию заданий по математике в формате ЕГЭ <b>Уметь:</b> - выполнять задания по математике в формате ЕГЭ; - отбирать и систематизировать задания в формате ЕГЭ для целей обобщающего повторения курса математики; - конструировать задания в формате ЕГЭ.	ПК-1

**1.3. Категория обучающихся:** уровень образования – ВО, область профессиональной деятельности – учителя математики

общеобразовательных организаций и учреждений дополнительного образования.

**1.4. Форма обучения:** очная (с применением дистанционных образовательных технологий).

**1.5. Режим занятий:** 6 академических часов в день, 12 дней.

**1.6. Трудоемкость программы:** 72 часа.

## Раздел 2. «СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ»

### 2.1. Учебный (тематический) план

№ п/п	Наименование разделов (модулей) и тем	Всего, час.	Виды учебных занятий, учебных работ		Формы контроля	Трудоемкость
			Лекции	Интеракт. занятия		
1.	Нормативная база общего математического образования. Планируемые результаты обучения математике и их отражение в структуре КИМ ЕГЭ	6	2	4	Входное тестирование <a href="https://moodle.mioo.ru">https://moodle.mioo.ru</a>	6
2.	Вычисления значений и тождественные преобразования выражений	6	2	4	Текущий контроль	6
3.	Решение уравнений и неравенств	6	2	4	Текущий контроль	6
4.	Исследование функций элементарными методами и с применением производной	6	2	4	Текущий контроль	6
5.	Решение алгебраических задач с параметрами	6	2	4	Текущий контроль	6
6.	Решение задач на выполнение действий с геометрическими фигурами, координатами и векторами	6	2	4	Текущий контроль	6
7.	Решение планиметрических задач повышенного уровня сложности	6	2	4	Текущий контроль	6
8.	Решение стереометрических задач повышенного уровня сложности	6	2	4	Текущий контроль	6
9.	Построение и исследование математических моделей	6	2	4	Текущий контроль	6

10.	Решение задач на моделирование и исследование экономических процессов	6	1	5	Текущий контроль	6
11.	Решение задач высокого уровня сложности на исследование числовых зависимостей	6	1	5	Текущий контроль	6
12.	Обобщающее повторение содержания курса	4		4		4
	<b>Итоговая аттестация</b>	2		2	Зачет	2
		Итоговое тестирование- <a href="http://moodle.mioo.ru">http://moodle.mioo.ru</a>				
	Итого:	<b>72</b>	<b>20</b>	<b>52</b>		<b>72</b>

## 2.2. Учебная программа

№ п/п	Виды учебных занятий, учебных работ	Содержание
Тема 1. Нормативная база общего математического образования. Планируемые результаты обучения математике и их отражение в структуре КИМ ЕГЭ.	<i>Лекция, 2 часа</i>	ФГОС среднего общего образования. Планируемые результаты обучения математике: базовый и профильный уровни. Кодификаторы требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций и элементов содержания по математике для проведения ЕГЭ по математике. Спецификации ЕГЭ по математике базового и профильного уровня
	<i>Интерактивное занятие, 4 часа</i>	<i>Входное тестирование.</i> Анализ типичных ошибок, допускаемых учителями при выполнении заданий в формате ЕГЭ, и их сравнение с типичными ошибками учащихся при выполнении аналогичных заданий
Тема 2. Вычисления значений и тождественные преобразования выражений.	<i>Лекция, 2 часа</i>	Теоретические основы решения задач на вычисления и тождественные преобразования выражений: выражения с переменными их виды; область допустимых значений выражений с переменными и способы ее определения; тождественное

		<p>равенство выражений с переменными на множестве и способы его доказательства; понятие тождественного преобразования выражения на множестве; основные виды тождественных преобразований выражений с переменными. Виды задач на целевые преобразования выражений и способы их решения</p>
	<i>Интерактивное занятие, 4 часа</i>	<p>Отбор и систематизация заданий в формате ЕГЭ на вычисление и тождественное преобразование выражений. Конструирование задач в формате ЕГЭ для включения в сценарии уроков, составление списков прототипов задач, фокус-задач, ключевых задач для целей обобщающего повторения курса математики.</p> <p>Решение заданий на вычисление и тождественное преобразование выражений: текущий контроль</p>
Тема 3. Решение уравнений и неравенств.	<i>Лекция, 2 часа</i>	<p>Теоретические основы решения уравнений и неравенств: смысловые значения понятий уравнение и неравенство и связанные с ними методы их решения (решение уравнений и неравенств методом равносильных преобразований, решение уравнений переходом к следствию, функционально-графические методы решения уравнений и неравенств). Канонический вид уравнений и неравенств. Формулы корней уравнений. Равносильные уравнения и неравенства. Виды равносильных преобразований. Специальные методы решения уравнений и неравенств. Поисковые стратегии в решении задач на решение уравнений и неравенств</p>
	<i>Интерактивное занятие, 4 часа</i>	<p>Отбор и систематизация заданий в формате ЕГЭ на решение уравнений и неравенств. Конструирование задач в формате ЕГЭ для включения</p>

		<p>в сценарии уроков, составление списков прототипов задач, фокус-задач, ключевых задач для целей обобщающего повторения курса математики.</p> <p>Решение заданий на решение уравнений и неравенств: текущий контроль</p>
<p>Тема 4. Исследование функций элементарными методами и с применением производной.</p>	<p><i>Лекция, 2 часа</i></p>	<p>Теоретические основы решения задач на исследование свойств функций: понятие функциональной зависимости, способы задания числовых функций, понятия график функции, уравнение функции; класс элементарных функций; чтение графиков функций, схема исследования функции для построения эскиза графика; элементарные методы в исследовании свойств функции, применение производной.</p>
	<p><i>Интерактивное занятие, 4 часа</i></p>	<p>Отбор и систематизация заданий в формате ЕГЭ на исследование функций. Конструирование задач в формате ЕГЭ для включения в сценарии уроков, составление списков прототипов задач, фокус-задач, ключевых задач для целей обобщающего повторения курса математики.</p> <p>Решение заданий на исследование функций: текущий контроль.</p>
<p>Тема 5. Решение алгебраических задач с параметрами.</p>	<p><i>Лекция, 2 часа</i></p>	<p>Понятие уравнения и неравенства с параметрами. Понятия класса функций, заданного обобщенным уравнением. Смысловые значения понятия «параметр». Решение уравнения и неравенства, исследование свойств класса функций относительно параметра. Геометрическая интерпретация множества решений уравнения и неравенства. Способ записи и методы контроля результата. Задачи на нахождение параметра и методы их решения: выбор из результата аналитического решения,</p>

		геометрической интерпретации, функционально-графический метод, переход к необходимому или достаточному условию.
	<i>Интерактивное занятие, 4 часа</i>	Отбор и систематизация заданий в формате ЕГЭ на решение алгебраических задач с параметрами. Конструирование задач в формате ЕГЭ для включения в сценарии уроков, составление списков прототипов задач, фокус-задач, ключевых задач для целей обобщающего повторения курса математики. Решение заданий на исследование функций: текущий контроль.
Тема 6. Решение задач на выполнение действий с геометрическими фигурами, координатами и векторами.	<i>Лекция, 2 часа</i>	Геометрические величины. Основные формулы и приемы решения задач на нахождение значений геометрических величин. Теоретические основы применения векторно-координатного метода к решению метрических задач планиметрии и стереометрии.
	<i>Интерактивное занятие, 4 часа</i>	Отбор и систематизация заданий в формате ЕГЭ на выполнение действий с геометрическими фигурами, координатами и векторами. Конструирование задач в формате ЕГЭ для включения в сценарии уроков, составление списков прототипов задач, фокус-задач, ключевых задач для целей обобщающего повторения курса математики. Решение заданий на выполнение действий с геометрическими фигурами координатами и векторами: текущий контроль.
Тема 7. Решение планиметрических задач повышенного уровня сложности.	<i>Лекция, 2 часа</i>	Рабочие фигуры планиметрии: окружность и треугольник. Связанные с ними теоремы и методы решения задач. Типовые дополнительные построения и признаки их использования. Основные поисковые стратегии в

		решении планиметрических задач на доказательство и вычисление.
	<i>Интерактивное занятие, 4 часа</i>	Отбор и систематизация заданий в формате ЕГЭ на решение планиметрических задач повышенного уровня сложности. Конструирование задач в формате ЕГЭ для включения в сценарии уроков, составление списков прототипов задач, фокус-задач, ключевых задач для целей обобщающего повторения курса математики. Решение заданий на выполнение действий с геометрическими фигурами координатами и векторами: текущий контроль.
Тема 8. Решение стереометрических задач повышенного уровня сложности.	<i>Лекция, 2 часа</i>	Теоретические основы решения стереометрических задач конструктивным и векторно-координатным методами: особенности построения на проекционных изображениях, основные теоремы о взаимном расположении элементарных фигур в пространстве. Специальные приемы решения стереометрических задач на вычисление: метод вспомогательных сечений, метод проекций, метод достраивания до многогранника, метод выделения значимой части, изменение положения фигур и их частей. Уравнения фигур в пространстве, действия над векторами и их использование при решении задач.
	<i>Интерактивное занятие, 4 часа</i>	Отбор и систематизация заданий в формате ЕГЭ на решение стереометрических задач повышенного уровня сложности. Конструирование задач в формате ЕГЭ для включения в сценарии уроков, составление списков прототипов задач, фокус-задач, ключевых задач для целей обобщающего повторения курса математики.

		Решение заданий на выполнение действий с геометрическими фигурами координатами и векторами: текущий контроль.
Тема 9. Построение и исследование математических моделей.	<i>Лекция, 2 часа</i>	Понятие математической модели реального процесса или явления. Этапы метода математического моделирования. Основная проблема математического моделирования. Арифметический, алгебраический, геометрический методы решения сюжетных задач. Теоретические основы решения комбинаторных, статистических и вероятностных задач. Особенности моделирования случайных процессов и явлений.
	<i>Интерактивное занятие, 4 часа</i>	Отбор и систематизация заданий в формате ЕГЭ на построение и исследование математических моделей. Конструирование задач в формате ЕГЭ для включения в сценарии уроков, составление списков прототипов задач, фокус-задач, ключевых задач для целей обобщающего повторения курса математики. Решение заданий на построение и исследование математических моделей: текущий контроль.
Тема 10. Решение задач на моделирование и исследование экономических процессов.	<i>Лекция, 1 час</i>	Основные виды экономических процессов и их характеристики: планирование и оптимизация производств, ценообразование, инфляция, кредитование, инвестиции, рост банковских вкладов, страхование. Теоретические основы применения математических методов к исследованию экономических процессов.
	<i>Интерактивное занятие, 5 часов</i>	Отбор и систематизация заданий в формате ЕГЭ повышенного уровня сложности на моделирование и исследование экономических процессов.

		<p>Конструирование задач в формате ЕГЭ для включения в сценарии уроков, составление списков прототипов задач, фокус-задач, ключевых задач для целей обобщающего повторения курса математики.</p> <p>Решение заданий на построение и исследование математических моделей: текущий контроль.</p>
<p>Тема 11. Решение задач высокого уровня сложности на исследование числовых зависимостей.</p>	<p><i>Лекция, 1 час</i></p>	<p>Теоретические основы решения задач на исследование числовых зависимостей: делимость натуральных чисел; простые и составные числа; основная теорема арифметики; взаимнопростые числа, общие делители, наибольший общий делитель, алгоритм Евклида; кратность чисел; признаки делимости натуральных чисел. Деление с остатком. Китайская теорема об остатках. Сравнение по модулю. Свойства сравнимых по модулю натуральных чисел. Теорема Эйлера. Элементы комбинаторики.</p>
	<p><i>Интерактивное занятие, 5 часов</i></p>	<p>Разбор задач высокого уровня сложности на исследование числовых зависимостей. Конструирование серий взаимосвязанных задач для подведения к решению задачи высокого уровня сложности в формате ЕГЭ. Решение заданий на исследование числовых зависимостей: текущий контроль.</p>
<p>Тема 12. Обобщающее повторение содержания курса.</p>	<p><i>Интерактивное занятие, 4 часа</i></p>	<p>Разбор типичных ошибок слушателей при выполнении заданий текущего контроля. Итоговая контрольная работа на конструирование заданий в формате ЕГЭ.</p>
<p>Итоговая аттестация</p>	<p><i>2 часа</i></p>	<p>Зачет (по совокупности результатов выполненных заданий по темам №№ 2-11)</p>
		<p><i>Итоговое тестирование</i></p>

### Раздел 3. «ФОРМЫ АТТЕСТАЦИИ И ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ»

#### 1. Входной контроль.

Предусматривает проверку уровня готовности слушателей к прохождению курса по данной программе и проводится в форме тестирования. Тест включает 25 заданий в формате ЕГЭ. Продолжительность тестирования – 1 час. Тест размещен на портале информационной поддержки <https://moodle.mioo.ru>.

#### 2. Текущий контроль.

Осуществляется в ходе решение заданий по темам №№ 2-11.

Примеры заданий текущего контроля:

1. Вычислите  $\log_{\pi} \sin \frac{\pi}{2} + \log_2 \cos^2 \frac{\pi}{12} + \log_2 \cos^2 \frac{5\pi}{12}$

2. 
$$\begin{cases} \frac{8^{-x} - 5 \cdot 0,5^x}{2^{-x} - 2^{x+4}} \geq 0, \\ \log_{x^2} \left( \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} \right) \leq 0. \end{cases}$$

3. Исследуйте, имеют ли следующие функции наибольшее (наименьшее) значение, двумя способами: с помощью производной и без неё.

1)  $y = \sqrt[4]{1-x^2}$ ;    2)  $y = \frac{1+x^2}{1+x^4}$ ;    3)  $y = \sin x + \cos x$ ;

4)  $y = \operatorname{ch} x$  (гиперболический косинус), где  $\operatorname{ch} x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ .

4. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых функция  $f(x) = x^2 - |x - a^2| - 11x$  имеет хотя бы одну точку максимума.

5. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . На рёбрах  $B_1 C_1$  и  $C_1 D_1$  соответственно находятся точки  $N$  и  $M$  так, что  $B_1 N : N C_1 = 1 : 3$ ;  $C_1 M : M D_1 = 1 : 1$ . Определи косинус угла  $\alpha$  между прямыми  $BN$  и  $CM$ , если ребро куба равняется 1 ед. изм.

6. Окружность с центром  $O_1$  касается оснований  $BC$  и  $AD$  и боковой стороны  $AB$  трапеции  $ABCD$ . Окружность с центром  $O_2$  касается сторон  $BC$ ,  $CD$  и  $AD$ . Известно, что  $AB = 10$ ,  $BC = 9$ ,  $CD = 30$ ,  $AD = 39$ .

а) Докажите, что прямая  $O_1 O_2$  параллельна основаниям трапеции  $ABCD$ .

б) Найдите  $O_1 O_2$ .

7. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  известны ребра:  $AB = 8\sqrt{3}$ ,  $SC = 17$ . Найдите угол, образованный плоскостью основания призмы и прямой, проходящей через середины ребер  $AS$  и  $BC$ .

8. В магазине на полке стоят CD-диски с фильмами, среди которых 365 комедийных фильмов, 160 триллеров, 190 фильмов в жанре «фантастика» и 85 мультипликационных фильмов. Какова вероятность, что взятый наугад диск будет содержать либо комедийный, либо мультипликационный фильм?

9. Предприниматель купил здание и собирается открыть в нём отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 27 квадратных метров и номера «люкс» площадью 36 квадратных метров каждый. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 1100 квадратных метров. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 3000 рублей в сутки, а номер «люкс» - 5000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму (в рублях) сможет заработать в сутки на своём отеле предприниматель?
10. Набор состоит из 39 натуральных чисел, среди которых есть числа 3, 4 и 6. Среднее арифметическое любого тридцати одного числа этого набора меньше 2.
- а) Может ли такой набор содержать ровно шестнадцать единиц?  
б) Может ли такой набор содержать менее шестнадцати единиц?  
в) Докажите, что в любом таком наборе есть несколько чисел, сумма которых равна 32.

Критерии оценивания заданий текущего контроля:

- 1) наличие развернутого решения задачи;
- 2) правильность хода и результата решения задачи.

Оценивание: каждое задание оценивается оценкой *зачтено/не зачтено*.

## 2. Итоговая аттестация:

### • Зачет.

Оценка *зачтено/не зачтено* выставляется по совокупности результатов выполненных заданий по темам №№ 2-11, а также по результатам проверки итоговой контрольной работы на конструирование задач в формате ЕГЭ.

Задание итоговой контрольной работы на конструирование задач в формате ЕГЭ.

1. Выберите из вашего поурочного планирования тему урока. Опишите его цель и задачи, структурный план урока.
2. Определите место задач в формате ЕГЭ в структуре урока, опишите их образовательные функции.
3. Сконструируйте 2-3 задачи в формате ЕГЭ, опишите методику работы с ними на указанном Вами этапе урока.

Критерии оценивания итоговой контрольной работы:

- 1) полнота выполнения задания;
- 2) соответствие сконструированных задач формату ЕГЭ, заявленным образовательным функциям, месту в структуре урока.

Оценивание: каждое задание оценивается оценкой *зачтено/не зачтено*.

### • Итоговое тестирование.

Итоговый тест является аналогом входного теста, равнозначен ему по уровню сложности и охвату тематики. Тест включает 25 заданий в формате ЕГЭ. Продолжительность тестирования – 1 час. Тест размещен на портале информационной поддержки <https://moodle.mioo.ru>

## **Раздел 4. «ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ»**

### **4.1. Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы.**

#### ***Учебно-методическая литература***

1. Гордин Р.К. ЕГЭ 2018. Математика. Геометрия Планиметрия Задача 16 (профильный уровень)/ Под ред. И.В. Яценко – М.: МЦНМО, 2018 – 240 с.
2. Гордин Р.К. ЕГЭ 2018. Математика. Геометрия Стереометрия Задача 14 (профильный уровень)/ Под ред. И.В. Яценко – М.: МЦНМО, 2018 – 128 с.
3. Подготовка к ЕГЭ по математике в 2018 году. Профильный уровень. Методические указания/Яценко И.В., Шестаков С.А.– М.: МЦНМО, 2018 – 240 с.
4. Смирнов В. А. Математика. Задача 16. Геометрия. Стереометрия/ (под редакцией И.В. Яценко) – М.: МЦНМО, 2015 – 128 с.
5. Шестаков С. А. ЕГЭ 2017. Математика. Задачи с экономическим содержанием. Задача 17 (профильный уровень) / Под ред. И. В. Яценко. Электронное издание. - М.: МЦНМО, 2017.
6. Шестаков С.А. ЕГЭ 2017. Математика. Задача 20. Задачи с параметром. (под редакцией И.В. Яценко) — М.: МЦНМО, 2017. — 288 с.
7. Шестаков С.А., Захаров П.И. Математика. Задача 15. Уравнения и системы уравнений/ (под редакцией А.Л. Семенова и И.В. Яценко) – М.: МЦНМО, 2015 – 176 с.
8. Элективные математические курсы: Учебное пособие для учащихся 10–11 классов общеобразовательных школ с грифом Минобрнауки РФ/ Шабанова М.В., Безумова О.Л., Котова С.Н., Минькина Е.З., Попов И.Н. — Поморский гос. ун-т им. М.В. Ломоносова.— Архангельск: Помор. гос. ун-т, 2004 - 217 с.

#### ***Интернет-ресурсы***

1. Официальный сайт Федерального института педагогических измерений: <http://fipi.ru/>
2. Сайт Александра Ларина <http://alexlarin.net/>
3. Электронная библиотека <http://www.math.ru/lib/>

### **4.2. Материально-технические условия реализации программы**

Меловая или маркерная доска, компьютерное и мультимедийное оборудование на всех занятиях.