

ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ ГОРОДА МОСКВЫ  
Государственное автономное образовательное учреждение  
дополнительного профессионального образования города Москвы  
«МОСКОВСКИЙ ЦЕНТР РАЗВИТИЯ КАДРОВОГО ПОТЕНЦИАЛА  
ОБРАЗОВАНИЯ»

УПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ ПЕДАГОГОВ ПО ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМ ОБЛАСТЯМ  
ОТДЕЛ ПО СОПРОВОЖДЕНИЮ РЕАЛИЗАЦИИ КОНЦЕПЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ГАОУ ДПО МЦРКПО  
А.И. Рытов

«19» «октября» 2018 г.

Дополнительная профессиональная программа  
(повышение квалификации)  
Методы решения планиметрических задач повышенного  
уровня сложности ГИА

Разработчики курса  
Л.Б. Крайнева, к.п.н,  
А.В. Семенов, к.п.н.

Рег. номер \_\_\_\_\_  
Начальник учебного отдела  
\_\_\_\_\_ А.А. Марзаганова

Одобрено на заседании отдела  
по сопровождению реализации концепции  
математического образования  
Протокол № 2 от 26.09.2018 г.

Начальник отдела \_\_\_\_\_  
М.А. Черняева

Направление: предметные компетенции  
Уровень: продвинутый

Москва – 2018

## Раздел 1. «Характеристика программы»

### 1.1. Цель реализации программы

совершенствование профессиональных компетенций слушателей в области методов решения планиметрических задач повышенного уровня сложности ГИА.

#### Совершенствуемые компетенции

№ п/п	Компетенция	Направление подготовки Педагогическое образование
		Квалификация Бакалавриат
		Код компетенции 44.03.01
1.	Готов реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов	ПК-1

### 1.2. Планируемые результаты обучения

№ п/п	Знать – уметь	Направление подготовки Педагогическое образование
		Квалификация Бакалавриат
		Код компетенции 44.03.01
1.	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– различные методы решения планиметрических задач повышенного уровня сложности;</li> <li>– способы конструирования планиметрических задач базового и повышенного уровней сложности</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать планиметрические задачи повышенного уровня сложности ГИА с помощью различных методов;</li> <li>– конструировать планиметрические задачи базового и повышенного уровней сложности в формате ЕГЭ</li> </ul>	ПК-1

**1.3. Категория обучающихся** – уровень образования – высшее образование, область профессиональной деятельности – обучение математике на уровне основного, среднего общего образования.

**1.4. Форма обучения** – очная.

**1.5. Режим занятий:** 1–2 раза в неделю (по согласованию с обучающимися) (4 часа).

## 1.6. Трудоемкость программы: всего 48 часов.

### Раздел 2. «Содержание программы»

#### 2.1. Учебный (тематический) план

№ п / п	Наименование разделов (модулей) и тем	Аудиторные учебные занятия, учебные работы			Самостоятель ная работа	Формы контроля	Трудоемкость
		Всего ауд., час	Лекци и	Практи ческие занятия			
1.	Геометрическая задача: понятие, структура, решение	4	2	2		Входной контроль <a href="http://moodle.mioo.ru">http// moodle.mioo.ru</a>	4
2.	Наглядность и моделирование при решении задач на готовых чертежах	8	2	6	2	Практическое задание № 1	10
3.	Основные методы решения планиметрических задач повышенного уровня	8	4	4	4	Практическое задание № 2	12
4.	Методы конструирования систем геометрических задач	8	2	6	2	Практическое задание № 3	10
5.	Методический практикум по решению и конструированию планиметрических задач повышенного уровня сложности разными методами	8	2	6	4	Итоговая контрольная работа <a href="http://moodle.mioo.ru">http// moodle.mioo.ru</a>	12
	<b>Итоговая аттестация</b>					<b>Зачет как совокупность выполненных работ</b>	
	<b>Итого:</b>	<b>36</b>	<b>12</b>	<b>24</b>	<b>12</b>		<b>48</b>

## 2.2. Учебная программа

№ п/п	Виды учебных занятий, учебных работ	Содержание
Тема 1. Геометрическая задача: понятие, структура, решение	Лекция (2 ч.)	Различные классификации видов планиметрических задач. Чертёж и краткая запись условия планиметрической задачи, требования к ним. Основные этапы решения планиметрической задачи. Анализ условия, анализ решения. Структура планиметрической задачи №16 последнего демонстрационного варианта ЕГЭ (№№ 24–26 ОГЭ). Критерии оценивания решений планиметрических задач повышенного уровня сложности на ОГЭ и ЕГЭ
	Практические занятия (2 ч.)	Входной контроль <a href="http://moodle.mioo.ru">http://moodle.mioo.ru</a>
Тема 2. Наглядность и моделирование при решении задач на готовых чертежах	Лекция (2 ч.)	Использование метода моделирования при решении планиметрических задач по готовым чертежам. Приёмы составления задач по готовым чертежам: анализ ситуации, заданной чертежом; обобщение чертежа; конкретизация чертежа; аналогия чертежа
	Практические занятия (6 ч.)	Конструирование и решение планиметрических задач базового уровня сложности по готовым чертежам. Выполнение практического задания № 1 «Создание модели решения планиметрической задачи по готовому чертежу» – работа в парах
	Самостоятельная работа (2 ч.)	Оформление условия и решения сконструированной планиметрической задачи (в виде презентации или документа в электронном виде)

№ п/п	Виды учебных занятий, учебных работ	Содержание
Тема 3. Основные методы решения планиметрических задач повышенного уровня сложности	Лекция (4 ч.)	Различные подходы к классификации математических методов решения планиметрических задач. Основные методы решений планиметрических задач: алгебраические, геометрические, комбинированные. Анализ и синтез. Метод восходящего анализа. Дополнительные методы и приёмы решения планиметрических задач повышенного уровня сложности
	Практические занятия (4 ч.)	Решение планиметрических задач повышенного уровня сложности различными методами. Выполнение практического задания № 2 «Решение одной планиметрической задачи разными способами» – работа в малых группах
	Самостоятельная работа (4 ч.)	Оформление условия и решений планиметрической задачи повышенного уровня сложности (в виде презентации или документа в электронном виде)
Тема 4. Методы конструирования систем геометрических задач	Лекция (2 ч.)	Компоненты задачной системы как основа задачного текста при составлении геометрических задач. Методы конструирования систем геометрических задач: метод ключевых задач; метод варьирования задачи; метод определения целевой задачи; метод «снежного кома» задач. Способы конструирования: обобщение, конструкция, частный случай, перефразировка, варьирование условий
	Практические занятия (6 ч.)	Конструирование систем планиметрических задач разными способами (работа в малых группах). Выполнение практического задания № 3 «Конструирование системы планиметрических задач одним из выбранных методов» – индивидуально
	Самостоятельная работа (2 ч.)	Оформление условия и решения одной сконструированной планиметрической задачи (в виде презентации или документа в электронном виде)

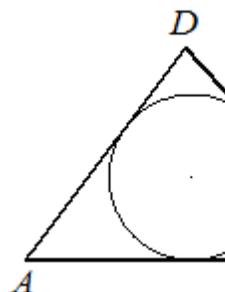
№ п/п	Виды учебных занятий, учебных работ	Содержание
Тема 5. Методический практикум по решению и конструированию планиметрических задач повышенного уровня сложности разными методами	Лекция (2 ч.)	Обобщение и систематизация методов решения и конструирования планиметрических задач повышенного уровня сложности при подготовке к ОГЭ и ЕГЭ
	Практические занятия (6 ч.)	Решение одной планиметрической задачи разными способами, оценивание решений этой задачи экспертами (согласно критериям оценивания), выбор наиболее рационального из предложенных решений – работа в малых группах. Итоговая контрольная работа <a href="http://moodle.mioo.ru">http://moodle.mioo.ru</a>
	Самостоятельная работа (4 ч.)	Оформление условия и решений предложенной планиметрической задачи (в виде презентации или документа в электронном виде)
<b>Итоговая аттестация</b>		<b>Зачет как совокупность выполненных работ №№ 1-3 и итоговой контрольной работы</b>

### Раздел 3. «Формы аттестации и оценочные материалы»

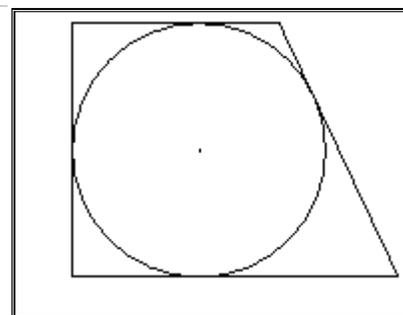
#### 1. Входной контроль (на первом занятии).

##### Примерный вариант входного контроля

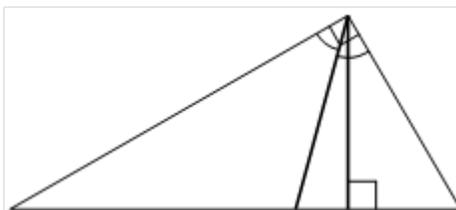
1. В четырёхугольник  $ABCD$  вписана окружность,  $AB=22$ ,  $CD=17$ . Найдите периметр четырёхугольника  $ABCD$ . (1 балл)



2. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 40, её большая боковая сторона равна 11. Найдите радиус окружности. (1 балл)



3. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и проведёнными из вершины прямого угла равен  $14^\circ$ . Найдите меньший угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах. (1 балл)



треугольнике угол между биссектрисой, вершины прямого угла, меньший угол треугольника. Ответ балл)

4. Угол  $C$  треугольника  $ABC$  равен  $60^\circ$ ,  $D$  — отличная от  $A$  точка пересечения окружностей, построенных на сторонах  $AB$  и  $AC$  как на диаметрах. Известно, что  $BD:DC=1:2$ . Найдите синус угла  $A$ . (1 балл)

5. Окружность радиуса  $10\sqrt{2}$  вписана в прямой угол. Вторая окружность также вписана в этот угол и пересекается с первой в точках  $M$  и  $N$ . Известно, что расстояние между центрами окружностей равно 12. Найдите  $MN$ . (1 балл)

6. Окружности радиусов 11 и 21 с центрами  $O_1$  и  $O_2$  соответственно касаются внутренним образом в точке  $K$ ,  $MO_1$  и  $NO_2$  — параллельные радиусы этих окружностей, причём  $\angle MO_1O_2 = 120^\circ$ . Найдите  $MN$ . (1 балл)

7. Прямая, проходящая через вершину  $B$  прямоугольника  $ABCD$  перпендикулярно диагонали  $AC$ , пересекает сторону  $AD$  в точке  $M$ , равноудалённой от вершин  $B$  и  $D$ .

а) Докажите, что  $\angle ABM = \angle DBC = 30^\circ$ .

б) Найдите расстояние от центра прямоугольника до прямой  $CM$ , если  $BC=9$ .  
(2 балла)

8. Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Диагональ  $BD$  разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями  $AD$  и  $CD$ .

а) Докажите, что луч  $AC$  – биссектриса угла  $BAD$ .

б) Найдите  $CD$ , если известны диагонали трапеции:  $AC=15$  и  $BD=8,5$ . (2 балла)

## 2. Форма текущего контроля

### Практическое задание № 1 «Создание модели решения планиметрической задачи по готовому чертежу»

#### Требования

Построенная модель должна содержать:

- 1) краткую запись условия и заключения задачи;
- 2) чертёж с необходимыми обозначениями;
- 3) план решения задачи (этапы решения задачи, дополнительные чертежи).

#### Критерии оценивания

- 1) Представленная модель соответствует требованиям 1–3.
- 2) При оценивании необходимо опираться на принципы математической правильности, логичности, полноты, лаконичности, эстетичности, грамотности, аккуратности.

#### Оценивание – зачет/не зачет

### Практическое задание № 2 «Решение одной планиметрической задачи разными способами»

#### Требования

- 1) Построена модель решения задачи (краткая запись условия и заключения, чертёж, план решения);
- 2) выполнены подробные записи решения с необходимыми обоснованиями его шагов;
- 3) проведено исследование задачи (выяснено, в каких случаях решение возможно, и какое число решений задача может иметь в зависимости от данных условий).

### Критерии оценивания

- 1) Выполнены требования к модели 1–3 (практического задания № 1);
- 2) приведено полное оформление решения (предусмотрено последовательное изложение не только вычислений, но и теоретических обоснований необходимых шагов решения). При оценивании необходимо опираться на принципы математической правильности, логичности, полноты, лаконичности, эстетичности, грамотности, аккуратности.

### Оценивание – зачет/не зачет

## **Практическое задание № 3 «Конструирование системы планиметрических задач одним из выбранных методов»**

### Требования

- 1) Система состоит из 2-3-х задач, объединённых одной идеей (возможно, составленные разными приёмами).
- 2) Задачный текст системы должен соответствовать следующим требованиям:
  - формализация текста (сформулирован на математическом языке);
  - понятность текста;
  - интеллектуализация текста (обеспечивает активную мыслительную деятельность).
- 3) Проведена проверка кратким решением возможности существования данной системы задач.

### Критерии оценивания

- 1) Выполнены требования 1–3;
- 2) приведено оформление решений предложенной системы задач. При оценивании необходимо опираться на принципы математической правильности, логичности, полноты, лаконичности, эстетичности, грамотности, аккуратности.

### Оценивание – зачет/не зачет

## **3. Форма итоговой аттестации – зачёт как совокупность выполненных работ.-**

Слушатель считается аттестованным, если за итоговую контрольную работу получил оценку «зачтено», решив не менее 70% работы (7 баллов), а так же выполнивший практические задания №№ 1– 3.

### **Примерный вариант итоговой контрольной работы**

1. Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $K$ . Найдите периметр параллелограмма, если  $BK = 3$ ,  $CK = 19$ . (1 балл)
2. Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны

$AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Найдите  $BN$ , если  $MN = 17$ ,  $AC = 51$ ,  $NC = 32$ . (1 балл)

3. На стороне  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту  $AD$  в точке  $M$ ,  $AD=72$ ,  $MD=18$ ,  $H$  – точка пересечения высот треугольника  $ABC$ . Найдите  $AH$ . (1 балл)

4. В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 100, а площадь равна 500, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания. (1 балл)

5. Окружности радиусов 36 и 45 касаются внешним образом. Точки  $A$  и  $B$  на первой окружности, точки  $C$  и  $D$  – на второй. При этом  $AC$  и  $BD$  – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ . (1 балл)

6. Угол  $C$  треугольника  $ABC$  равен  $60^\circ$ ,  $D$  – отличная от  $A$  точка пересечения окружностей, построенных на сторонах  $AB$  и  $AC$  как на диаметрах. Известно, что  $DB : DC = 2 : 3$ . Найдите угол  $A$ . (1 балл)

7. К окружности, вписанной в квадрат  $ABCD$ , проведена касательная, пересекающая стороны  $AB$  и  $AD$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно.

а) Докажите, что периметр треугольника  $AMN$  равен стороне квадрата.

б) Прямая  $MN$  пересекает прямую  $CD$  в точке  $P$ . В каком отношении делит сторону  $BC$  прямая, проходящая через точку  $P$  и центр окружности, если  $AM:MB=1:3$ ? (2 балла)

8. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  – середины сторон  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $AD$  соответственно.

Площади четырёхугольников  $ABLN$  и  $NLCD$  равны, а площади четырёхугольников  $KBCM$  и  $AKMD$  относятся как 11:17.

а) Докажите, что прямые  $BC$  и  $AD$  параллельны.

б) Найдите отношение  $BC$  к  $AD$ . (2 балла)

## **Раздел 4. «Организационно-педагогические условия реализации программы»**

### **1. Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы**

1. Действующие программы, учебники и дидактические материалы по геометрии для 7–11 классов.
2. Высоцкий И.Р., Кукса Е.А., Семенов А.В., Трепалин А.С., Ященко И.В. Математика. Решение заданий повышенного и высокого уровней сложности. Как получить максимальный балл на ЕГЭ: учебное пособие. – М.: Интеллект-Центр, 2017.
3. Высоцкий И.Р., Захаров П.И., Семенов А.В., Трепалин А.С., Ященко И.В. ОГЭ. Математика. Комплекс материалов для подготовки учащихся: учебное пособие. – М.: Интеллект-Центр, 2018.
4. Гордин Р.К. ЕГЭ 2018. Математика. Геометрия. Планиметрия. Задача 16 (профильный уровень). – М.: Издательство МЦНМО, 2018.
5. Крайнева Л.Б. ОГЭ. Математика. Задания повышенного и высокого уровней сложности. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний (Редакция «Поколение V»), 2018.
6. Садовничий Ю.В. ЕГЭ 2018. Математика. Профильный уровень. Задание 16. Планиметрия. – М.: Издательство «Экзамен», 2018.
7. Семенов А.В. и др. Оптимальный банк заданий для подготовки учащихся. Единый государственный экзамен 2018. Математика. Учебное пособие. – М.: Интеллект-Центр, 2018.
8. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрические задачи с практическим содержанием. – М.: МЦНМО, 2015.

### **2. Материально-технические условия реализации программы**

#### **Цифровые образовательные ресурсы**

Математическая программа GeoGebra <https://vellisa.ru/geogebra>

#### **Интернет-ресурсы**

1. Московский Центр развития кадрового потенциала образования <https://moodle.mioo.ru>, материалы курса;
2. Открытый банк заданий ОГЭ по математике <http://www.fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-oge>;
3. Открытый банк заданий ЕГЭ по математике <http://www.fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>