

ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ ГОРОДА МОСКВЫ  
Государственное автономное образовательное учреждение  
дополнительного профессионального образования города Москвы  
«МОСКОВСКИЙ ЦЕНТР РАЗВИТИЯ КАДРОВОГО ПОТЕНЦИАЛА  
ОБРАЗОВАНИЯ»

УПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ ПЕДАГОГОВ ПО ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМ ОБЛАСТЯМ  
ОТДЕЛ ПО СОПРОВОЖДЕНИЮ РЕАЛИЗАЦИИ КОНЦЕПЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ



УТВЕРЖДАЮ

Директор ГАОУ ДПО МЦРКПО

А.И. Рытов

«19» «сентября» 2018 г.

Дополнительная профессиональная программа  
(повышение квалификации)  
Методы решения стереометрических задач повышенного  
уровня сложности ГИА

Разработчики курса

Л.Б. Крайнева, к.п.н.

А.В. Семенов, к.п.н.

Рег. номер \_\_\_\_\_  
Начальник учебного отдела  
\_\_\_\_\_ А.А. Марзаганова

Одобрено на заседании отдела  
по сопровождению реализации концепции  
математического образования

Протокол № 2 от 26.09.2018 г.

Начальник отдела \_\_\_\_\_  
М.А. Черняева

Направление: предметные компетенции  
Уровень: продвинутый

Москва – 2018

## Раздел 1. «Характеристика программы»

### 1.1. Цель реализации программы

Совершенствование профессиональных компетенций обучающихся/слушателей в области методов решения стереометрических задач повышенного уровня сложности ГИА.

#### Совершенствуемые компетенции

№ п/п	Компетенция	Направление подготовки Педагогическое образование
		Квалификация Бакалавриат
		Код компетенции 44.03.01
1.	Готов реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов	ПК-1

### 1.2. Планируемые результаты обучения

№ п/п	Знать – уметь	Направление подготовки Педагогическое образование
		Квалификация Бакалавриат
		Код компетенции 44.03.01
1.	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– различные методы решения стереометрических задач повышенного уровня сложности;</li> <li>– способы конструирования стереометрических задач базового и повышенного уровней сложности.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать стереометрические задачи повышенного уровня сложности ГИА с помощью различных методов;</li> <li>– конструировать стереометрические задачи базового и повышенного уровней сложности</li> </ul>	ПК-1

**1.3. Категория обучающихся:** уровень образования – высшее образование, область профессиональной деятельности – обучение математике на уровне основного, среднего общего образования.

**1.4. Форма обучения:** очная.

**1.5. Режим занятий:** 1–2 раза в неделю (по согласованию с обучающимися) (4 часа).

**1.6. Трудоемкость программы:** всего 48 часов.

## Раздел 2. «Содержание программы»

### 2.1. Учебный (тематический) план

№ п/п	Наименование разделов (модулей) и тем	Аудиторные учебные занятия, учебные работы			Самостоятельна в работа	Формы контроля	Трудоемкость
		Всего ауд., час	Лекции	Практические занятия			
1.	Геометрическая задача: понятие, структура, решение	4	2	2		Входной контроль <a href="http://moodle.mioo.ru">http://moodle.mioo.ru</a>	4
2.	Параллельное проектирование как метод изображения пространственных фигур на плоскости	4	2	2	2	Практическое задание № 1	6
3.	Наглядность и моделирование при решении задач на готовых чертежах	4	2	2			4
4.	Основные методы решения стереометрических задач повышенного уровня сложности	12	4	8	4	Практическое задание № 2	16
5.	Методы конструирования систем геометрических задач	4	2	2	2	Практическое задание № 3	6
6.	Методический практикум по решению и конструированию стереометрических задач повышенного уровня сложности разными методами	8	2	6	4	Итоговая контрольная работа <a href="http://moodle.mioo.ru">http://moodle.mioo.ru</a>	12

№ п/п	Наименование разделов (модулей) и тем	Аудиторные учебные занятия, учебные работы			Самостоятельная работа	Формы контроля	Трудоемкость
		Всего ауд., час	Лекции	Практические занятия			
	<b>Итоговая аттестация</b>					<b>Зачет как совокупность выполненных работ</b>	
	<b>Итого:</b>	<b>36</b>	<b>14</b>	<b>22</b>	<b>12</b>		<b>48</b>

## 2.2. Учебная программа

№ п/п	Виды учебных занятий, учебных работ	Содержание
Тема 1. Геометрическая задача: понятие, структура, решение	Лекция (2 ч.)	Различные классификации видов стереометрических задач. Чертёж и краткая запись условия стереометрической задачи, требования к ним. Основные этапы решения стереометрической задачи. Анализ условия, анализ решения. Структура стереометрической задачи №14 последнего демонстрационного варианта ЕГЭ. Критерии оценивания решений стереометрической задачи повышенного уровня сложности на ЕГЭ
	Практические занятия (2 ч.)	Входной контроль <a href="http://moodle.mioo.ru">http://moodle.mioo.ru</a>
Тема 2. Параллельное проектирование как метод изображения пространственных фигур на плоскости	Лекция (2 ч.)	Параллельное проектирование и его свойства. Изображение плоских и пространственных фигур при параллельном проектировании
	Практические занятия (2 ч.)	Построение сечения многогранника плоскостью различными методами. Выполнение практического задания №1 «Построение на проекционном чертеже (параллельной проекции) сечения многогранника указанной плоскостью» – работа в парах
	Самостоятельная работа (2 ч.)	Оформление условия и решения предложенной стереометрической задачи на построение сечения (в виде презентации или документа в электронном виде)

№ п/п	Виды учебных занятий, учебных работ	Содержание
Тема 3. Наглядность и моделирование при решении задач на готовых чертежах	Лекция (2 ч.)	Использование метода моделирования при решении стереометрических задач по готовым чертежам. Приёмы составления задач по готовым чертежам: анализ ситуации, заданной чертежом; обобщение чертежа; конкретизация чертежа; аналогия чертежа
	Практические занятия (2 ч.)	Конструирование и решение стереометрических задач базового уровня сложности по готовым чертежам
Тема 4. Основные методы решения стереометрических задач повышенного уровня сложности	Лекция (4 ч.)	Основные методы решений стереометрических задач: поэтапно вычислительный и координатно-векторный. Дополнительные методы и приёмы решения стереометрических задач повышенного уровня сложности
	Практические занятия (8 ч.)	Решение стереометрических задач повышенного уровня сложности различными методами. Выполнение практического задания №2 «Решение одной стереометрической задачи разными способами» – работа в малых группах
	Самостоятельная работа (4 ч.)	Оформление условия и решений стереометрической задачи повышенного уровня сложности (в виде презентации или документа в электронном виде)
Тема 5. Методы конструирования систем геометрических задач	Лекция (2 ч.)	Методы конструирования систем геометрических задач: метод ключевых задач; метод варьирования задачи; метод определения целевой задачи; метод «снежного кома» задач. Способы конструирования: обобщение, конструкция, частный случай, перефразировка, варьирование условий
	Практические занятия (2 ч.)	Конструирование систем стереометрических задач разными способами (работа в малых группах). Выполнение практического задания №3 «Конструирование системы стереометрических задач одним из выбранных методов» – индивидуально
	Самостоятельная работа (2 ч.)	Оформление условия и решения одной сконструированной стереометрической задачи (в виде презентации или документа в электронном виде)

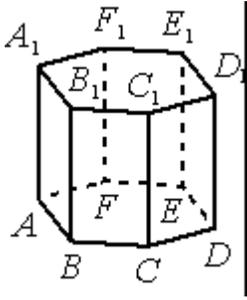
№ п/п	Виды учебных занятий, учебных работ	Содержание
Тема 6. Методический практикум по решению и конструированию стереометрических задач повышенного уровня сложности разными методами	Лекция (2 ч.)	Обобщение и систематизация методов решения и конструирования стереометрических задач повышенного уровня сложности при подготовке к ЕГЭ
	Практические занятия (6 ч.)	Решение одной стереометрической задачи разными способами, оценивание решений этой задачи экспертами (согласно критериям оценивания), выбор наиболее рационального из предложенных решений – работа в малых группах. Итоговая контрольная работа <a href="http://moodle.mioo.ru">http://moodle.mioo.ru</a>
	Самостоятельная работа (4 ч.)	Оформление условия и решений предложенной стереометрической задачи (в виде презентации или документа в электронном виде)
<b>Итоговая аттестация</b>		<b>Зачет как совокупность выполненных работ №№ 1-3 и итоговой контрольной работы</b>

### Раздел 3. «Формы аттестации и оценочные материалы»

#### 1. Входной контроль (на первом занятии).

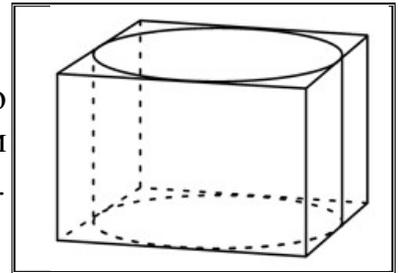
##### Примерный вариант входного контроля

1. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $AD=1$ ,  $AB=AA_1=2$ . Найдите угол между прямой  $A_1 D_1$  и плоскостью  $AB_1 D$ . (1 балл)
2. В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$  стороны основания равны 1, боковые рёбра равны 2, точка  $D$  – середина ребра  $CC_1$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $ADB_1$ . (1 балл)
3. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, D, E, F, D_1$  правильной шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 9. (1 балл)



4. Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы равна 43. Найдите площадь боковой поверхности исходной призмы. (1 балл)

5. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 3. Объём параллелепипеда равен 36. Найдите высоту цилиндра. (1 балл)



6. В правильной четырёхугольной пирамиде  $MABCD$  с вершиной  $M$  стороны основания равны 6, а боковые рёбра равны 12. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точку  $C$  и середину ребра  $MA$  параллельно прямой  $BD$ . (1 балл)

7. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  все рёбра равны 4. На его ребре  $BB_1$  отмечена точка  $K$  так, что  $KB = 3$ . Через точки  $K$  и  $C_1$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная прямой  $BD_1$ .

а) Докажите, что  $A_1 P : P B_1 = 2 : 1$ , где  $P$  – точка пересечения плоскости  $\alpha$  с ребром  $A_1 B_1$ .

б) Найдите угол наклона плоскости  $\alpha$  к плоскости грани  $BB_1 C_1 C$ . (2 балла)

8. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона  $AB$  основания равна 12, а высота пирамиды равна 1. На рёбрах  $AB$ ,  $AC$  и  $AS$  отмечены точки  $M$ ,  $N$  и  $K$  соответственно, причём  $AM = AN = 3$  и  $AK = 7$ .

а) Докажите, что плоскости  $MNK$  и  $SBC$  параллельны.

б) Найдите расстояние от точки  $M$  до плоскости  $SBC$ . (2 балла)

## 2. Форма текущего контроля

**Практическое задание №1 «Построения на проекционном чертеже (параллельной проекции) сечения фигуры указанной плоскостью»**

### Требования

1) к чертежу:

– чертёж должен быть наглядным, то есть вызывать пространственное представление об изображённом предмете;

– чертёж должен точно (единственным образом) определять положение изображаемого предмета, его форму (геометрию) и размеры;

– изображение предмета должно быть удобным для чтения размером;

– процесс построения изображения должен быть простым.

2) Необходимо представить план решения задачи (этапы решения задачи, дополнительные чертежи).

#### **Критерии оценивания**

Представленная модель решения задачи соответствует требованиям 1–2.

**Оценивание – зачет/не зачет**

**Практическое задание №2 «Решение одной стереометрической задачи разными способами»**

#### **Требования**

1) Построена модель решения задачи (краткая запись условия и заключения, чертёж, план решения);

2) выполнены подробные записи решения с необходимыми обоснованиями его шагов;

3) проведено исследование задачи (выяснено, в каких случаях решение возможно, и какое число решений задача может иметь в зависимости от данных условий).

#### **Критерии оценивания**

Представленная модель решения задачи соответствует требованиям 1–3.

**Оценивание – зачет/не зачет**

**Практическое задание №3 «Конструирование системы стереометрических задач одним из выбранных методов»**

#### **Требования**

1) Система состоит из 2-3-х задач, объединённых одной идеей (возможно, составленные разными приёмами).

2) Приведено оформление решений предложенной системы задач.

3) Проведена проверка кратким решением возможности существования данной системы задач.

#### **Критерии оценивания**

Выполнены требования 1–3;

**Оценивание – зачет/не зачет**

**3. Форма итоговой аттестации – зачёт как совокупность выполненных работ.-**

Слушатель считается аттестованным, если за итоговую контрольную работу, ориентированную на решение повышенного уровня сложности заданий в формате ГИА, получил оценку «зачтено», решив не менее 70% работы (7 баллов), а так же выполнивший практические задания №№ 1– 3.

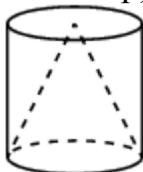
### Примерный вариант итоговой контрольной работы

1. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  стороны основания равны 2, боковые рёбра равны 1, точка  $D$  – середина ребра  $CC_1$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $ADB_1$ . (1 балл)

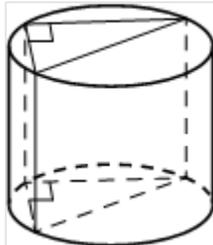
2. В правильной треугольной пирамиде  $MABC$  с вершиной  $M$  высота равна 8, а боковые рёбра равны 17. Найдите площадь сечения этой пирамиды плоскостью, проходящей через середины сторон  $AB$  и  $BC$  параллельно прямой  $MB$ . (1 балл)

3. В правильную четырёхугольную пирамиду, боковое ребро которой равно 10, а высота равна 6, вписана сфера. (Сфера касается всех граней пирамиды.) Найдите площадь этой сферы. (1 балл)

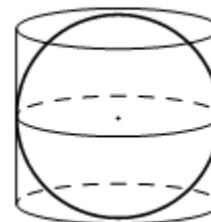
4. Конус и цилиндр имеют общее основание и общую высоту (конус вписан в цилиндр). Вычислите объём конуса, если объём цилиндра равен 252. (1 балл)



5. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 10 и 9. Боковые рёбра призмы равны  $2\pi$ . Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы. (1 балл)



6. Цилиндр, объём которого равен 18, описан около шара. Найдите объём шара. (1 балл)



7. В кубе  $ABCA_1B_1C_1D_1$  все рёбра равны 5. На его ребре  $BB_1$  отмечена точка  $K$  так, что  $KB=4$ . Через точки  $K$  и  $C_1$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная прямой  $BD_1$ .

- а) Докажите, что  $A_1P:PB_1=3:1$ , где  $P$  — точка пересечения плоскости  $\alpha$  с ребром  $A_1B_1$ .
- б) Найдите угол наклона плоскости  $\alpha$  к плоскости грани  $BB_1C_1C$ . **(2 балла)**

**8.** В основании правильной треугольной пирамиды  $ABCD$  лежит треугольник  $ABC$  со стороной, равной 6. Боковое ребро пирамиды равно 5. На ребре  $AD$  отмечена точка  $T$  так, что  $AT:TD=2:1$ . Через точку  $T$  параллельно прямым  $AC$  и  $BD$  проведена плоскость.

- а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.
- б) Найдите площадь сечения. **(2 балла)**

## **Раздел 4. «Организационно-педагогические условия реализации программы»**

### **1. Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы**

1. Действующие программы, учебники и дидактические материалы по геометрии для 7–11 классов.
2. Высоцкий И.Р., Кукса Е.А., Семенов А.В., Трепалин А.С., Ященко И.В. Математика. Решение заданий повышенного и высокого уровней сложности. Как получить максимальный балл на ЕГЭ: учебное пособие. – М.: Интеллект-Центр, 2018.
3. Гордин Р.К. ЕГЭ 2018. Математика. Геометрия. Стереометрия. Задача 14 (профильный уровень). – М.: Издательство МЦНМО, 2018.
4. Клековкин Г.А. Изображение геометрических фигур в параллельном проектировании. – Самара: СФ ГАОУ ВО МГПУ, 2016.
5. Садовничий Ю.В. ЕГЭ 2018. Математика. Профильный уровень. Задание 14. Планиметрия. – М.: Издательство «Экзамен», 2018.
6. Семенов А.В. и др. Оптимальный банк заданий для подготовки учащихся. Единый государственный экзамен 2018. Математика. Учебное пособие. – М.: Интеллект-Центр, 2018.
7. Смирнов В.А. Геометрия. Стереометрия: Пособие для подготовки к ЕГЭ. – М.: МЦНМО, 2016.

### **2. Материально-технические условия реализации программы**

#### **Цифровые образовательные ресурсы**

Математическая программа GeoGebra <https://vellisa.ru/geogebra>

#### **Интернет-ресурсы**

1. Московский Центр развития кадрового потенциала образования <https://moodle.mioo.ru>, материалы курса;
2. Открытый банк заданий ОГЭ по математике <http://www.fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-oge>;
3. Открытый банк заданий ЕГЭ по математике <http://www.fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>