

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

«Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»
Институт информационных технологий и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по дополнительному образованию

В.Л. Петров



«28» декабря 2022 г.

ПРИНЯТА:

на заседании Ученого совета института ИТКН

С.В. Солодов

«3» марта 2022 г.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ПРОГРАММА
(повышение квалификации)

**Элементы математической логики в задачах повышенного и высокого
уровней сложности ЕГЭ по информатике**

Автор курса:

Маркарян Анна Оганесовна,
доцент кафедры ИКТ
Исаева Марина Владимировна,
Ассистент кафедры ИК
Валова Анастасия Андреевна,
ассистент кафедры АСУ
Исаева Татьяна Михайловна,
специалист ЦПНИП

Москва, 2022

Раздел 1. Характеристика программы.

1.1 Цель реализации программы

Целью реализации программы является совершенствование общепрофессиональных компетенций слушателей в области математической логики для решения задач повышенного и высокого уровней сложности ЕГЭ по информатике.

Совершенствуемые компетенции

№ п/п	Компетенции	Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое Образование
		Бакалавриат
		Код компетенции
1.	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК-8

1.2 Планируемые результаты обучения

№ п/п	Знать – уметь	Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое Образование
		Бакалавриат
		Код компетенции
1	Знать: - способы задания логических функций; - формы представления логических функций; - законы алгебры логики. Уметь: - задавать логические функции различными способами; - приводить логические функции к нормальным и минимальным формам, выполняя преобразования с помощью законов алгебры логики	ОПК-8
2	Знать: - классы логических функций; - методику исследования логических функций; - способы решения логических уравнений; Уметь: - определять принадлежность логических функций различным классам; - проводить исследование логических функций; - решать логические уравнения	ОПК-8
3	Знать:	ОПК-8

	- правила формализации и преобразования логических высказываний; - алгоритмы проверки правильности логических рассуждений; - правила вывода в исчислении высказываний и предикатов; Уметь: - осуществлять формализацию и преобразование логических высказываний; - выполнять проверку правильности логических рассуждений; - строить вывод в исчислении высказываний и предикатов	
4	Знать: - понятие и виды запросов; - логику построения запросов; - основы работы с поисковыми системами Уметь: - формировать запросы для поисковых систем с использованием логических выражений - конструировать и решать задания алгебры логики в формате ЕГЭ	ОПК-8

1.3 Категория обучающихся. Уровень образования – высшее образование, область профессиональной деятельности – обучение информатике на уровне среднего общего образования в общеобразовательной организации.

1.4 Форма обучения – очная.

1.5 Трудоемкость программы – всего 36 часов, в том числе 28 часов аудиторной работы, включая итоговую аттестацию, 8 часов самостоятельной работы слушателей.

1.6. Режим занятий - продолжительность 1 занятия составляет 2 академических часа, количество занятий в неделю – 1-2 занятия.

Раздел 2. Содержание программы.

2.1 Учебный (тематический) план

п/п	Наименование разделов и тем	Аудиторные учебные занятия, учебные работы			Внеаудиторная работа	Формы контроля	Трудоемкость
		Всего ауд. часов	Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа		
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Раздел 1. Функции алгебры логики	14	6	8	4		18
1.1	Способы задания логических функций. Законы алгебры логики	3	1	2	1	Контрольная работа №1	4
1.2	Формы представления логических функций	3	1	2	1	Контрольная работа №1	4
1.3	Классы логических функций	4	2	2	1	Контрольная работа №1	5
1.4	Исследование логических функций. Логические уравнения	4	2	2	1	Контрольная работа №1	5
2	Раздел 2. Логические высказывания	12	4	8	4		16
2.1	Формализация высказываний	3	1	2	1	Контрольная работа №2	4
2.2	Алгоритмы проверки правильности логических рассуждений	3	1	2	1	Контрольная работа №2	4
2.3	Исчисление высказываний и предикатов	3	1	2	1	Контрольная работа №2	4
2.4	Запросы для поисковых систем с использованием логических выражений	3	1	2	1	Контрольная работа №2	4
3	Раздел 3. Решение задач алгебры логики в формате ЕГЭ	2		2			2
3.1	Решение задач алгебры логики в формате ЕГЭ	2		2		Проект	2
3.	Итоговая аттестация					По совокупности выполненных на положительную оценку контрольных работ №№1-2 и проекта	
Итого		28	10	18	8		36

2.2 Учебная программа

№ п/п	Виды учебных занятий	Содержание
1	2	3
Раздел 1. Функции алгебры логики		
Тема 1.1 Способы задания логических функций. Законы алгебры логики	Лекция, 1 час	Понятие функции алгебры логики. Табличный, аналитический и графический способ задания. Законы алгебры логики
	Практическое занятие, 2 часа	Цель: формирование умения задавать логические функции различными способами. Построение таблиц истинности сложных функций. Оптимизация вычислений при построении таблицы. Применение законов алгебры логики. Решение заданий из открытого банка ЕГЭ
	Самостоятельная работа, 1 час	Совершенствование навыков построения таблиц истинности сложных функций и их преобразований. Выполнение заданий темы 1.1 в контрольной работе № 1
Тема 1.2 Формы представления логических функций	Лекция, 1 час	Виды нормальных форм. Способы приведения логических функций к нормальным формам. Минимизация логических функций
	Практическое занятие, 2 часа	Цель: формирование умения приводить логические функции к нормальным и минимальным формам Индивидуальная работа. Групповое обсуждение вариантов решений и подходов. Совместное подведение итогов работы.
	Самостоятельная работа, 1 час	Отработка навыков преобразования логических функций с целью приведения к нормальным и минимальным формам. Выполнение заданий темы 1.2 в контрольной работе № 1
Тема 1.3 Классы логических функций	Лекция, 2 часа	Замыкание над классом логических функций. Монотонные, линейные, самодвойственные и сохраняющие константу функции. Полные системы. Базис.
	Практическое занятие, 2 часа	Цель: формирование умения определять принадлежность логических функций различным классам; исследование полноты системы, выявление базиса. Решение заданий из открытого банка ЕГЭ
	Самостоятельная работа, 1 час	Отработка навыков определения принадлежности логических функций различным классам, исследования полноты системы, выявления базиса.

		Выполнение заданий темы 1.3 в контрольной работе № 1
Тема 1.4 Исследование логических функций. Логические уравнения	Лекция, 2 часа	Методика исследования логических функций. Способы решения логических уравнений
	Практическое занятие, 2 часа	Цель: осуществлять формализацию и преобразование логических высказываний и решать логические уравнения. Решение заданий из открытого банка ЕГЭ
	Самостоятельная работа, 1 час	Отработка навыков исследования логических функций и решения логических уравнений. Контрольная работа № 1 по разделу 1.
Раздел 2. Логические высказывания		
Тема 2.1 Формализация высказываний	Лекция, 1 час	Классификация формул алгебры высказываний. Формализация и преобразование логических высказываний
	Практическое занятие, 2 часа	Цель: формирование умения формализации и преобразования логических высказываний. Решение заданий из открытого банка ЕГЭ
	Самостоятельная работа, 1 час	Отработка навыков формализации и преобразования логических высказываний. Выполнение заданий темы 2.1 в контрольной работе № 2
Тема 2.2 Алгоритмы проверки правильности логических рассуждений	Лекция, 1 час	Тождественно истинные формулы. Алгоритмы проверки правильности рассуждений. Основные тавтологии алгебры высказываний
	Практическое занятие, 2 часа	Цель: формирование умения выполнять проверку правильности логических рассуждений. Решение заданий из открытого банка ЕГЭ
	Самостоятельная работа, 1 час	Отработка алгоритмов проверки правильности рассуждений. Выполнение заданий темы 2.2 в контрольной работе № 2
Тема 2.3 Исчисление высказываний и предикатов	Лекция, 1 час	Аксиоматика исчисления высказываний. Правила вывода в исчислении высказываний. Исчисление предикатов
	Практическое занятие, 2 часа	Цель: формирование умения построения вывода логических рассуждений. Правила вывода в исчислении предикатов. Решение заданий из открытого банка ЕГЭ
	Самостоятельная работа, 1 час	Отработка навыков построения вывода в исчислении высказываний и предикатов. Выполнение заданий темы 2.3 в контрольной работе № 2
Тема 2.4 Запросы для поисковых систем с использованием	Лекция, 1 часа	Понятие и виды запросов. Логика построения запросов. Построение запросов для поисковых систем
	Практическое	Цель: формирование запросов для поисковых

логических выражений	занятие, 2 часа	систем с использованием логических выражений. Решение заданий из открытого банка ЕГЭ
	Самостоятельная работа, 1 час	Отработка навыков построения запросов. Контрольная работа № 2 по разделу 2
Раздел 3. Решение задач алгебры логики в формате ЕГЭ		
Тема 3.1. Решение задач алгебры логики в формате ЕГЭ	Практическое занятие, 2 часа	Конструирование заданий по темам разделов 1-2 в формате ЕГЭ. Групповое обсуждение вариантов решений и подходов. Совместное подведение итогов работы. Проект.
Итоговая аттестация		Зачет по совокупности выполненных на положительную оценку контрольных работ №№ 1-2 и проекта

Раздел 3. Форма аттестации и оценочные материалы.

3.1 Форма текущего контроля – контрольные работы №№1-2 по темам разделов 1-2, проект

3.1.1. Варианты заданий для контрольной работы № 1 без решений

1. Укажите значения переменных K, L, M, N , при которых логическое выражение $(\neg(M \vee L) \wedge K) \rightarrow (\neg K \wedge \neg M \vee N)$ ложно. Ответ запишите в виде строки из 4 символов: значений переменных K, L, M и N (в указанном порядке). Так, например, строка 1101 соответствует тому, что $K=1, L=1, M=0, N=1$.

x	y	G(x,y)
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

2. Если таблицей истинности задана логическая функция $G(x,y)$, то определите логическую функцию $G(G(0,y),x)$.

3. Составьте таблицу истинности для логической функции $X = (A \leftrightarrow B) \vee \neg(A \rightarrow (B \vee C))$ в которой столбец значений аргумента A представляет собой двоичную запись числа 27, столбец значений аргумента B — числа 77, столбец значений аргумента C — числа 120.

Число в столбце записывается сверху вниз от старшего разряда к младшему (включая нулевой набор). Переведите полученную двоичную запись значений функции X в десятичную систему счисления.

4. A , B и C – целые числа, для которых истинно высказывание:

$$\neg (A = B) \wedge ((B < A) \rightarrow (2C > A)) \wedge ((A < B) \rightarrow (A > 2C))$$

Чему равно A , если $C = 8$ и $B = 18$?

5. Логическая функция F задаётся выражением $(\neg z) \wedge x \vee x \wedge y$. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x , y , z . В ответе напишите буквы x , y , z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы.

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Функция
???	???	???	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

3.1.2. Варианты заданий для контрольной работы № 2 без решений

1. Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула $(x \& 45 \neq 0 \wedge x \& A = 0) \rightarrow x \& 33 \neq 0$ тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

2. Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула $(x \& A = 0 \wedge x \& 36 = 0) \rightarrow x \& 46 = 0$ тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

3. Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$, которые удовлетворяют указанному ниже условию?

$$((x1 \equiv x2) \rightarrow (x3 \equiv x4)) \wedge ((x3 \equiv x4) \rightarrow (x5 \equiv x6)) \wedge ((x5 \equiv x6) \rightarrow (x7 \equiv x8)) = 1$$

4. В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных $x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

5. Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x1, x2, \dots, x10$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(\neg x1 \vee x2) \vee (\neg x3 \vee x4) = 1$$

$$(\neg x3 \vee x4) \wedge (\neg x5 \vee x6) = 0$$

$$(\neg x5 \vee x6) \vee (\neg x7 \vee x8) = 1$$

$$(\neg x7 \vee x8) \wedge (\neg x9 \vee x10) = 0$$

6. Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x1, x2, \dots, x4, y1, y2, \dots, y4, z1, z2, \dots, z4$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(x1 \rightarrow x2) \wedge (x2 \rightarrow x3) \wedge (x3 \rightarrow x4) = 1$$

$$(y1 \rightarrow y2) \wedge (y2 \rightarrow y3) \wedge (y3 \rightarrow y4) = 1$$

$$(z1 \rightarrow z2) \wedge (z2 \rightarrow z3) \wedge (z3 \rightarrow z4) = 1$$

$$x1 \vee y1 \vee z1 = 1$$

3.1.3 Требования к выполнению контрольных работ №№1-2

Контрольные работы выполняются индивидуально на листах формата А4. Обязательным является наличие титульного листа. Контрольные работы включают 5 заданий, соответствующие заданиям продвинутого и высокого уровня сложности ЕГЭ по информатике. Решение заданий контрольной работы должно быть развернутым, то есть полным и обоснованным.

3.1.4. Критерии оценивания контрольных работ №№1-2

Каждая контрольная работа оценивается по традиционной пятибалльной шкале:

5 баллов – все задания выполнены в полном объеме и не содержат ошибок;

4 балла – выполнены все задания, но в расчетах имеются незначительные ошибки, существенно не влияющие на результаты, или выполнено 4 задания в полном объеме без ошибок;

3 балла – во всех заданиях продемонстрирована верная идея решения, но имеются существенные ошибки в расчетах или выводах, которые приводят к искажению результата, или выполнено 3 задания в полном объеме без ошибок.

В остальных случаях контрольная работа не зачтена.

Оценивание: зачет с оценкой, соответствующей количеству баллов.

3.1.5 Требования к выполнению проекта

Проект выполняется небольшими группами (3-4 человека).

Каждая группа разрабатывает 4 задания по назначенной преподавателем тематике разделов 1-2 в формате ЕГЭ.

Проект выполняется слушателем на листах формата А4. Обязательно наличие титульного листа.

3.1.6. Критерии оценивания проекта

Оценивание проекта осуществляется на основании следующих критериев:

По каждому сконструированному заданию:

- изложение материала содержит постановку задачи (+/-),
- обоснован способ решения (+/-);
- результат интерпретирован верно (+/-);
- изложение материала приведено в доступной форме (+/-);
- терминология используется корректно (+/-).

«+» соответствует 1 баллу, «-» – 0.

Для получения положительной оценки за проект группе достаточно получить по 3 балла за каждое представленное задание (минимум – 12 баллов).

Оценивание: зачет/незачет

3.2 Итоговая аттестация

Итоговая аттестация – зачет по совокупности выполненных на положительную оценку контрольных работ №№1-2 и проекта. Итоговая аттестация осуществляется на основании полученных совокупных баллов за контрольные работы №№1-2: минимальное значение – 6 баллов и проект:

минимальное значение по 3 балла за каждую задачу, итого - 12 баллов. Зачет ставится, если по результатам выполнения контрольных работ и проекта слушатель набрал не менее 18 баллов.

Оценивание: зачет/незачет

Раздел 4. Организационно-педагогические условия реализации программы.

4.1 Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы

4.1.1 Основная литература

1. Гданский Н.И. Прикладная и вычислительная математика. Математическое программирование. Математическая кибернетика / Н.И. Гданский. – М.: Вузовская книга, 2019. – 507 с.
2. Лещинер В.Р. ЕГЭ 2019. Информатика. Типовые тестовые задания от разработчиков ЕГЭ / В.Р. Лещинер. – М.: Экзамен, 2019. – 311 с.
3. Лещинер В.Р. Информатика. Единый Государственный Экзамен. Готовимся к итоговой аттестации: [учебное пособие] / В.Р. Лещинер, С.С. Крылов, А.П. Якушкин. - Москва: Издательство «Интеллект-Центр», 2019. - 296 с.
4. Игошин В. И. Сборник задач по математической логике и теории алгоритмов : учебное пособие / В. И. Игошин. - Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2019. - 392 с.
5. Ушаков Д.М. ЕГЭ-2019: Информатика. 10 тренировочных вариантов экзаменационных работ для подготовки к ЕГЭ / Д.М. Ушаков – М.: АСТ, 2018. – 235 с.

4.1.2 Дополнительная литература

1. Герасимов, А. С. Курс математической логики и теории вычислимости: Учебное пособие / А. С. Герасимов. – СПб.: Лань, 2014. – 416 с.

2. Гисин В.Б. Дискретная математика: учебник и практикум для академического бакалавриата / В.Б. Гисин. – М.: Издательство Юрайт, 2017. – 383 с.

3. Готовимся к ЕГЭ по информатике. Элективный курс / Н.Н. Самылкина и др. - М.: Бином. Лаборатория знаний, 2016. – 298 с.

4. Задохина Н.В. Математика и информатика. Решение логико-познавательных задач: Учебное пособие / Н.В. Задохина. – М.: ЮНИТИ, 2015. – 127 с.

5. Колмогоров А.Н., Драгалин А.Г. Математическая логика. Изд. 3-е, стереотипное. – М.: КомКнига, 2006. – 240 с.

6. Крылов, С. С. Готовимся к ЕГЭ. Информатика. Основы логики / С.С. Крылов. - М.: Интеллект-Центр, 2015. – 422 с.

7. Скорубский В.И. Математическая логика: учебник и практикум для академического бакалавриата / В.И. Скорубский, В.И. Поляков, А.Г. Зыков. – М.: Юрайт, 2017. – 211 с.

4.1.3 Интернет-ресурсы

1. Образовательный портал «Решу ЕГЭ». – URL: <https://math-ege.sdamgia.ru/> (дата обращения: 21.01.2022 г.)

2. Открытый банк тестовых заданий ЕГЭ по информатике. – URL: <http://os.fipi.ru/tasks/5/a> (дата обращения: 21.01.2022 г.)

4.2 Материально-технические условия реализации программы

Для проведения очных занятий и итоговой аттестации используются учебные аудитории с меловой или маркерной доской, а также компьютерный класс с возможностью выхода в Интернет.